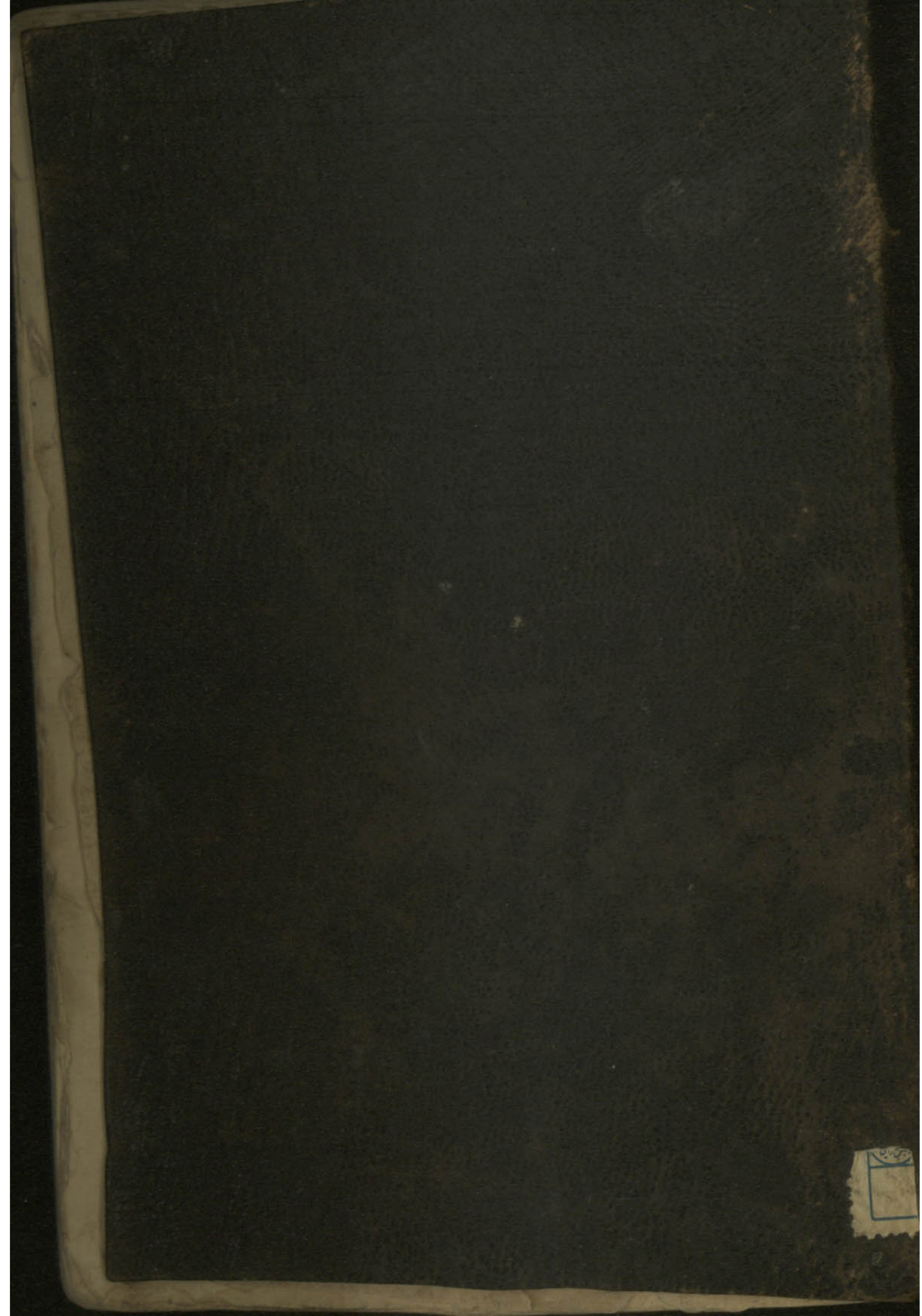






وكذلك زاويتا اه ب ح ط وضلعا ا ه ب ح يكون ه ا مثل ط ح ويجعل
اح مشتركا فيكون ه ح مثل ٢ وذلك ما اردناه   وهنالك استبان
ان خط د ه مساو لنصف قطر الدائرة لان زاوية ه مثل زاوية
د ط ح فيكون خط د ط مساويا لخط د ه واقول ان ه ح مقسوم على
نسبة ذات وسط وطرفين على د وقسمه الاطول ه د وذلك لان
ه د وتر السدس و د ح وتر العشر وقد تبين ذلك في الشكل الثالث عشر
من المقالة الثالثة عشر من الاصول وذلك ما
اردناه   تمت المأخوذات
لارشميدس

١٣٥





بسم الله الرحمن الرحيم وبه نستعين

وهو تحرير كتاب الكرة والاسطوانة لارشميدس على ما نقله وحرره
العلامة المحقق البهي نصير الملة والدين محمد الطوسي طاب ثراه
وجعل الجنة مثواه ولنعم ما افاده من لطائف ودقائق
مهمة شريفة ومزج بين الاصل والزيادة عليه بالاشارة اليه بقوله
قال المحرر لقوله بعد تحميد الله وتمجيده والصلوة على محمد وآله
المصطفين من عبيده اني كنت في طلب الوقوف على بعض المسائل المذكورة
في كتاب الكرة والاسطوانة لارشميدس زمانا طويلا لكثرة الاحتياج
اليه في المطالب الشريفة الهندسية الى ان وقعت الى النسخة المشهورة
من الكتاب التي اصلحها ثابت بن قرة وهي التي سقط عنها بعض المصادرات
لقصور فهم ناقله الى العربية عن ادراكه وعجزه بسبب ذلك عن النقل
نطالعتها وكان الدفتر سقيما لجهل ناسخه فتبلدت بقدر الامكان
وجهدت في تحقيق المسائل المذكورة فيه الى ان انتهيت الى المقالة
الثانية وعثرت على ما اهمله ارشميدس من المقدمات مع بناء بعض
مطالبه عليه فتحيرت فيه وزاد حرصي على تحصيله فظفرت بدفتر
عتيق فيه شرح اوطوقيوس العسقلاني لمشكلات هذا الكتاب الذي

نقله اسحق بن حنين الى العربية نقلا على بصيرة وكان في ذلك الدفتر ايضا
متن الكتاب من صدره الى آخر الشكل الرابع عشر من المقالة الاولى
انه من نقل اسحق وكان ما يذكره اوطوقيوس في اثناء شرحه من متن
الكتاب مطابقا لتلك النسخة فوجدت من ذلك الدفتر ما كنت اطلبه
ورأيت ان احرر الكتاب على الترتيب والخص معانيه وابين مصادراته
التي انما يتبين بالاصول الهندسية واورد المقدمات المحتاج اليها
فيه واذكر شرح ما اشكل منه مما اورده الشارح اوطوقيوس او
استفدته من سائر كتب اهل هذه الصناعة واميز بين ما هو من متن
الكتاب وبين ما ليس منه بالاشارة الى ذلك واثبت اعداد الاشكال
على حاشيتها بالروايتين فان اشكال المقالة الاولى في نسخة ثابت
ثمانية واربعون وفي نسخة اسحق ثلثة واربعون ففعلت ذلك و
الحقت باخرها مقالة ارشميدس في تكسير الدائرة فانها كانت مبنية
على بعض المصادرات المذكورة في هذا الكتاب وسالت الله تعالى التوفيق
لاكتساب ما يرضيه انه خير موفق ومعين انتهى ما صدر به الصدر
العلامة المحقق الطوسي رحمه الله واقول انه اجاد في كل ما افاد واتى
بعناية الله تعالى وحسن توفيقه ووقفت لعجوه اخر وجيه من اكثر
ما ذكر فالحقت به وميزت بينه وبين الاصل واستنبطت منهما

شريفة وقواعد مهمة حسنة لطيفة نبهت عليها بالاشارة اليها فانها
مما ينتفع بها كثيرا سيما عند استنباط دقايق حقايق غرايب العلوم
الغريبة على ما سنقرره في موضعه ونفرع بالتفريع في كتب اخر

المقالة الاولى في صدر الكتاب افتتح ارشميدس كتابه بان
قال مخاطبا لواحد من اهل زمانه اسمه زوسيثاوس سلام عليك قد
ارسلت اليك قديما ما ثبت لي بالبرهان وهو ان كل قطعة يحيط
بها خط مستقيم وخط منحن من محيط قطع قائم الزاوية يعني القطع
المكافي على ما ذكره اوطوقيوس في الشرح فهي مثل وثلث مثل مثلث يساوي
قاعدته قاعدة القطعة وارتفاعه ارتفاعها واريد الآن ان اذكر
البرهان على مسايل ذات قدر قد تقررت لي وهي ان سطح كل كرة فهو
اربعة امثال اعظم دايرة يقع فيها وان سطح كل قطعة كرة مساو للدايرة
التي يساوي نصف قطرها الخط المستقيم الخارج من راس تلك القطعة
الى محيط قاعدتها وان كل اسطوانة يساوي قاعدتها اعظم دايرة يقع
في كرة وارتفاعها قطر تلك الكرة فهي مثل ونصف تلك الكرة وسطحها
مع قاعدتيها ايضا مثل ونصف سطح تلك الكرة وهذه اعراض اولية
بالطبع لهذه الاشكال لكنها مما جهل من تقدمنا من المهندسين و
اتفق من ان يضاف ذلك الى ما وجده غيري من اهل هذا العلم وقاس

بر على ان الفرق بينهما ليس بيسير فقد وجد اوذكسس في المجسمات ان
كل شكل ناري فانه يساوي ثلث منشور يكونان على قاعدة واحدة و
بارتفاع واحد وفي بعض النسخ ان كل مخروط مستدير فانه يساوي ثلث
اسطوانة مستديرة يكون حالهما ذلك فان ذلك وان كان لازما بالطبع
لهذين الشكلين كان مما جهله جميع من تقدمه من المهندسين مع مقالته
عدد كثير منهم وقد كنت احب ان لو استخرج مثل هذا امرؤ في
الاحياء فقد كان يمكن له ان يميز ذلك ويقول فيه بقدر استحقاقه
اقول اظن ان هذا الشخص هو الذي سيذكره في صدر المقالة الثانية
قال ثم اني لما وجدت ما سنح لي صحيحا اظهرته وانفذته اليك فلتتصفحه
من يقوى على ذلك من المتبحرين في التعاليم وابتدأت بالقضايا الحاجة
قولها التي تايتلف البرهان منها والسلم عليك **الحدود** قال الخطوط
المحدبة المتناهية الكاينة في سطح هي التي اذا وصل بين اطرافها بخطوط
مستقيمة كانت اما ان تقع باسرها في جانب واحد من الخطوط المستقيمة
واما ان لا يقع منها شيء في الجانب الاخر منها **اقول** الخط المحدب
هو كل ما ليس بمستقيم على الاطلاق سواء كان مؤلفا من خطوط مستقيمة
متصلة على زوايا او كان قوسا من دايرة او منحنيا مما يحيط باحد القطوع
الثلثة او مركبا بعضه مستقيم وبعضه غير مستقيم او ملتويا في الجهات

او غير ذلك مما يمكن وجوده فان الخط المحدب اعم من جميع ذلك وانما قيد
بالتناهي لم يمكن ان يوصل بين طرفيه بخط مستقيم يتحد طرفاه بطرفيه وقيده
بالكون في سطح ليتحدد له جانبان فان الخطوط الملتوية التي لا يقع في
سطح واحد يكون لها جوانب غير متعددة بحسب اعتبار وقوع اجزائها
في السطوح المختلفة ثم ان المحدب الموصوف لا يمكن ان ينطبق على
المستقيم الذي يكون طرفاهما متحدة بل اما ان يقع بالاسر في احد جانبي
المستقيم او يقع بعضه في احد جانبيه وبعضه منطبقا عليه او يقع بعضه
في احد جانبيه وبعضه في الجانب الاخر او يقع بعضه في احد جانبيه
وبعضه في الجانب الاخر وبعضه منطبقا عليه وارشميدس خصص المحدب
الموصوف اصطلاحا بالذي لا يقع اجزاؤه في الجانبين معا بل اما ان لا
يقع بالاسر في احد الجانبين او يقع بعضه فيه وبعضه ينطبق على
المستقيم فيصدق عليه انه لا يقع شيء منه في الجانب الاخر قال
واسمي كل خط محدب يقع الخطوط المستقيمة الواصلة بين اي نقطتين
يمكن ان يفرضا عليه اما كلها في احد جانبيه واما بعضها في احد جانبيه
والبعض الاخر منطبقا عليه ولا يقع شيء منها في الجانب الاخر بالخط
العميق الى ذلك الجانب اقول اذا كان للخط المحدب حدبة واحدة
او حدبات كثيرة كلها الى جانب واحد عنه فهو عميق الى ذلك الجانب

واما الذي يكون بعض حدباته الى جانب منه والبعض الاخر الى الجانب
الاخر فلا يكون كذلك والعميق الى جانب اخص من المحدب بحسب الاصطلاح
المذكور وذلك ان كل عميق الى جانب فهو محدب بذلك الاصطلاح والخط
الذي له حدبات الى الجانبين ولم يقطع شيء من حدباته الخط المستقيم
الواصل بين طرفيه يكون محدبا بحسب الاصطلاح ولا يكون عميقا اما
اذا قطعه شيء من حدباته فلا يكون عميقا ولا محدبا مثال المحدب الذي
لا يكون عميقا الى جانب خط ا ح د ه ب الواصل بين طرفيه خط ا ب

١٣٨

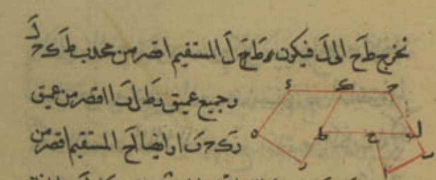
المستقيم على هذه الصورة ومثال الذي لا يكون
عميقا ولا محدبا خط ا ح د ه ب الواصل بين طرفيه خط ا ب وقد
قطعه الاول على نقطتي د على هذه الصورة
قال وكذلك انما السطوح المحدبة هي التي ليست في سطح مستو لكن
اطرافها في سطح مستو وهي اما ان يكون بالاسر في احد جانبي ذلك السطح
المستوي واما ان لا يكون منها شيء في الجانب الاخر واسمي كل سطح محدب
يقع الخطوط المستقيمة الواصلة بين اي نقطتين يمكن ان يفرضا عليه
اما كلها في احد جانبيه واما بعضها في جانب واحد والبعض الاخر
منطبقا عليه ولا يقع شيء منها في الجانب الاخر بالسطح العميق الى ذلك
الجانب اقول ويسهل تصور هذين الحدين مما مر في الخطوط

قال واذا اقطع مخروط كرة وكان راسه على مركزها فاني اسمي الشكل
الذي يحيط به سطح المخروط وما يحوزه سطح المخروط من سطح الكرة بالقطاع
المجسم واذا كان مخروطان مستديران على قاعدة واحدة وكان راساهما
عن جانبي سطح القاعدة ومحوراهما متصلين على الاستقامة فاني اسمي
الشكل المركب منهما معينا مجسما يعني معينا مجسما **القضايا التي**
تحتاج الى براهينها يعني المصادرات ا للخطوط المتحدة النهايات فاقصرها
المستقيم والتي هي منها عميقة الى جانب واحد ويكون لا محالة بعضها مع
الخط المستقيم الواصل بالطرفين محيطا بالبعض الاخر احاطة اما بالاسر
واما بشيء من الاجزاء وذلك اذا كان الباقي من الاجزاء مشتركا بين
المحيط والمحاط به فالمحاط به منها اقصر من المحيط **اقول** هذه المصادرة
محتاجة الى بيان وذلك لان اوضح جزئياتها وابسطها هو ما بين بالبرهان
في الشكل الحادي والعشرين من المقالة الاولى من كتاب الاسطقسات
وليس من حق المصادرات ان يبين في العلوم التي تصدر بها لكن لما
كان هذه المصادرة هندسيا ولم يكن تمامه مذكورا في شيء من الكتب
المشهورة كما ينبغي وجب ان يشار الى ذلك لئلا يكون ما في الكتاب مبنيا
على حكم غير واضح فاقول ان كان للخطوط المحدبة والعميقة المذكورة
ههنا مؤلفة من الخطوط المستقيمة الكثيرة فالحكم يتضح بادنى بيان اما

في المحدبة والمستقيمة فبان يوصل بين كل حدين متباينين من كل خطين
متصلين على حد مشترك في المحدب بخط مستقيم ويبين انه اقصر منهما
وهكذا الى ان ينتهي الى الخط المستقيم فيتضح انه اقصر من الكل مثاله ليكن
اب بج جد دح محدبا مؤلفا من خطوط مستقيمة هي خطوط اب بج
جد ده دح والواصل بين طرفيه اح المستقيم فنصل اج ونبين انه اقصر
من اب بج وكذلك جه هح فيكون جميع اج ه ح اقصر من المحدب الاول
ونصل اه ونبين انه اقصر من اج جه
فيكون اه ح اقصر من اج ه ح وا ح
اقصر من اه ح فاذن اح اقصر كثيرا من المحدب الاول وكذلك ان كان
البعض محدبا والبعض مشتركا كما اذا كان المحدب اب ب ه ه د والمستقيم
اد والمشترك ج د في الوسط وكذلك ان كان
في احد الطرفين واما في الخطوط العميقة فبان يخرج كل واحد من اضلاع العميق
الداخل الى الخارج فيحدث خطوط عميقة اخرى ويبين انها اقصر من
الخارج واحدا بعد واحد الى ان ينتهي الى الداخل فيتبين انه اقصر من الكل
فيكون اقصر كثيرا من الخارج مثاله ليكن اب ب ج ج ه ه د العميق الخارج واح
ط د العميق الداخل ونخرج ح ط الى ك فيكون ح ك المستقيم اقصر من
محدب ح ه ه ك وجميع عميق ح ك د اقصر من العميق الخارج ولنفم

٥

نخرج طح الى لك فيكون دطح ل المستقيم اقصر من محدب طك ح



وجميع عميق دط لب اقصر من عميق

دك ح ب اوايضا لح المستقيم اقصر من

محدب اب لح فعميق دطح الداخل اقصر من عميق دط لب لانا ذن

هو اقصر كثيرا من العميق الخارج وعلى هذا القياس واعلم ان الحكم غير

واجب مع اختلال كل واحد من الشرطين المذكورين اعني اتحاد

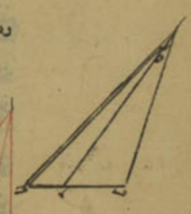
الطرفين وكون المحدبين عميقين الى جانب فليكن لبيان الاول اب ح

محيطين بزاوية منفرجة ولنعلم على خط دح نقطة ه كيف وقعت

ونصل دا ونفصل من دا الاطول ده مثل دب الاقصر وننصفه على د

ونصل دح اح فى ا اقصر من حد دب اعنى حد ده ونزيد عليها ه د

اب المتساويين فيكون جميع ح اب اقصر من جميع ح ده لكن



ح اب وح ده عميقان الى جانب فقد صار المحيط منهما

اقصر من المحاط به وانما كان ذلك لتباين طرفيه

وليكن لبيان الثانى

اب ح ده و اح

حط ه ك د محدبين الاطراف والمحيط منهما

اعنى الاول اقصر من المحاط وانما كان ذلك كذلك لانهما ليسا عميقين

تحديه

١٣٠

الى جانب واحد فهذا ما اردنا بيانه فى المؤلفة من الخطوط المستقيمة اما

اذا كان المحدب غير مؤلف من الخطوط المستقيمة بل كان اما قوسا من

دائرة تقطعه من محيط قطع ما او منحنيا غير ذلك فنقول فيه ان الامر المشهور

ان الطول والقصر فى الخطوط بل العظم والصغر والمساواة فى جميع المقادير

انما يتحقق بتطبيق احد مقدارين متجانسين على الاخر اما فى الذهن واما

فى الخارج حتى اذا لم يفضل احدهما على الاخر فى جهة من الجهات تحقق المساواة

بينهما واذا فضل احدهما تحقق العظم للفاضل والصغر للمفضول من حيث

هما كذلك فان كان هذا هكذا فمن الواجب ان يبحث عن الخطوط المستقيمة

والمستديرة هل يمكن ان يتطابقا ام لا حتى لو امكن لامكن الحكم على

احدهما بالطول والقصر والمساواة عند قياسه الى الاخر والا فلا

وكذلك فى السطوح قال قوم بامتناع تطابقهما فان ذلك يستدعى

اما زوال الاستقامة من المستقيم وطريان الانحناء عليه او بالعكس

فى المستدير وكلاهما محال وذلك لان الاستقامة والانحناء ليسا من

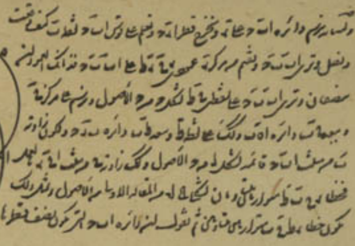
العوارض الزائلة للخطوط بل هما فصلان او ما هو بمنزلة الفصول ولذلك

حكم الفيلسوف بكون الخط المستقيم نوعا مخالفا للخطوط المنحنية وكل

واحد من المنحنيات المخالفة نوعا مخالفا للباقية واشخاص كل نوع

انما يكون مما يمكن ان ينطبق بعضها على بعض وقال قوم اخر انا نعلم

ان احد التطبيقين ليس بماهية المساواة ولا للعظم والصغر ولا ايضا
مقوم لتلك الماهيات فان المقدارين يمكن ان يتساويا او يتفاوتا في
نفس الامر من غير ان ينطبق احدهما على الاخر او يتوهم تطبيقهما وان
كان من شانهما امكان تطبيق احدهما على الاخر فان كان ولا بد فلعل
التطبيق او امكانه طريق الى معرفة المساواة او التفاوت ولا يثبت من
انعدام الطريق الى معرفة الشيء انعدام الشيء في نفسه ثم ان كان لامكان
التطبيق مدخل في تحقيق ماهية المساواة او التفاوت لكان الحكم بها
بامتناعه بين المستقيم والمستدير مما يحتاج الى برهان ونحن نقول
المستقيم يمكن ان ينطبق على المستدير او المنحني من غير زوال الاستقامة
عنه او طريان الانحناء عليه وذلك بان نحرك محيط دائرة على خط
مستقيم يماسه بان يدار عليه الى ان يعود الى مبداها فيكون المبدا والمنتهى
من الخط المستقيم نقطتان بينهما خط مستقيم ومن المستدير نقطة واحدة
ويكون ذلك الخط المستقيم مساويا لمحيط المستدير اذ لا يوجد فيما
بين المبدا والمنتهى من المستقيم نقطة الا وقد ماسها نقطة من المستدير
الا ان هذا التطبيق لا يكون قارا لذات ولا دفعة واحدة بل انما يحصل
منه شيء بعد شيء ويتم في زمان هو زمان الحركة وليس من شرط التطبيق
ان يحصل دفعة او يكون تطبيق جميع اجزاء المنطابقين معا في



زمان واحد فالوا وبهذا الوجه يمكن في السطوح ايضا تطبيق سطح الاسطوانة
والمخروط المستديرين على بسيط مستو لامكان التماس بينهما على خط مستقيم
فيكون ما بين الخطين من البسيط اللذين عليهما تماسان في مبداء الحركة
ومنتهاها مساويا لسطح الاسطوانة او المخروط واما في الكرة فلا يمكن ان تطبق
سطحها المحدب الاعلى مقعر كرة مساوية لها وقد يمكن ان يماس مقعر اسطوانة او مخروط
مستديرين بدائرة ولكن اذا امكن ان يساوي خط مستدير خطا مستقيما
او سطح اسطواني مستدير او مخروطي مستدير سطحا مستويا امكن ايضا ان
يساوي سطح كرة سطحا اخر غيره مما لا ينطبق عليه فان المساواة قد ثبتت
في كثير من المقادير التي لا يمكن تطبيق بعضها على بعض لا في الخارج
ولا في التصور مثلا كما قد ثبت بالبرهان ان الدائرة التي يساوي نصف
قطرها وتر زاوية قائمة يساوي مجموع الدائرتين اللتين تساوي نصفا قطريهما
الضلعين المحيطين بها وبالجملة فهذا بحث طويل خارج عما نحن فيه
انما يجب على الفيلسوف ان يحققه ويكفينا في هذا الموضع ان يتاهل
ويفرض بدل الخط المنحني خطا مركبا من خطوط كثيرة صغار جدا في
غاية ما يمكن ان يكون من الصغر متالف عن زوايا متقاربة جدا في
غاية ما يمكن ان يكون من التقارب بحيث لا يتمايز الاضلاع ولا الزوايا
في الحس بل يكون كانه ذلك الخط المنحني بعينه اذ لا يكون بينهما تميز



حتى اصلا د يصح الحكم بالتحقيق من غير خلاف على ان ذلك السطح عند قياسه
الى خط مستقيم اخر يكون اطول او اقصر منه او مساويا له واذا حكمنا
على ما يكون في الحس غير متمايز عن المنحني المفروض بكونه مساويا او
متفاوتا لغيره كان الحكم في الحس عليه نفسه واما العقل فيوشك ان
يتدرج من ذلك الى الحكم على المنحني ايضا لو كان من شانه ان يصح ذلك
الحكم عليه في نفس الامر وقس على ذلك الحكم في السطوح واذا اكتفينا بذلك
فلنرجع الى ما كنا فيه ونقول اما بيان كون الخط المستقيم الواصل بين طرفي
قوس اقصر منه فبان ننصف القوس ونصل وتريها ونبين ان الوتر الاول اقصر
منهما وننصف كل واحد من النصفين ونصل اوتارهما ونبين ان الوترين اقصر
منهما وهلم جرا ننصف الاخرى مرة بعد اخرى مرات لا يحصى عددها كثرة
الى ان يحصل خط محدب مؤلف من اوتار صغار كما وصفنا بحيث لا يتمايز
في الحس عن القوس الاولى فيظهر الحكم بكون الوتر الاول اقصر منه ويكاد
ان يحصل في العقل حكم يقيني بكون الوتر اقصر من قوسه على تقدير ان
يصح الحكم عليه بالقصر عند قياسه اليها وكذلك البيان في سائر الخطوط
المنحنية بفرض نقط غير محصورة عليها واخراج الخطوط المستقيمة بينها
تارة بعد اخرى وفي بيان ان اقرب العميقين المنحنيين في جانب واحد
من الخط المستقيم الواصل بين طرفيهما المتحدة اقصر من ابعدهما انه د

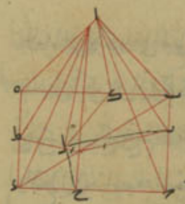
كذلك

كذلك في العمق المنحني والعميق المؤلف من الخطوط المستقيمة لكن العميق
المنحني اذا كان محاطا بالمستقيم وجب ان نخرج بدل الاوتار خطوطا مماسة
للمنحني ليكن عميق ا ب ج المستقيم محيطا بعميق ا د ج القوسي ولنفرض د على
قوس ا د ج اما على منتصفها او على موضع اخر يقرب منه كيف اتفق ولنخرج
من نقطة د خط ه د ز المماس للقوس الى ان يصل الى نقطتي ه ز من
خطي ا ب ب ج ثم لنفرض نقطتي ح ط على قوسي ا د د ج كما فرضنا اولا د
ونخرج منهما خطين مماسين لهما واصلين بين المستقيمين وهكذا



مرة بعد اخرى الى ان يحصل عميق مؤلف من خطوط
صغار مستقيمة يشبه قوس ا د ج في الحس ويبين انه
اقصر من عميق ا ب ج فيكاد ان يحكم العقل بكون القوس
اقصر منه انه لو امكن الحكم عليها بذلك ولاخراج الخطوط المماسة من
النقط في الدوائر والقطوع ممكن كما ذكره اقليدس وابلونيوس في اصولهما
واما في سائر المنحنيات فلا يحتاج الى التحقيق بل يكفي فيها التقريب اذا
كان الموصل الى الحكم العقلي هو المشابهة الحسية الحاصلة من التقريب
في ذلك قال وكذلك انه ان البسيطات المتحدة النهايات التي
يكون عميقة الى جانب واحد يكون غير متساوية والمحيط منها بغيرها اعظم
اما بالاسر واما بالبعض اذا كان البعض الاخر مشتركا بين المحيط والمحاط به

والمحاط به منها اصغر من المحيط **آ يو ل** ولنبين هذا الحكم في السطوح
بمثل ما بيّنا في الخطوط وبدأنا بالعميقات المؤلفة من السطوح المستوية
فنقول اولاً ان السطح الواصل بين اطراف العميقات المؤلفة من السطوح
المستوية اصغر منها ولنقدم لبيان ذلك مقدمة هي هذه ليكن نقطة آ
في السمك ودبَ خطاً في السطح ونخرج منها عموداً آه على ب ج وعمود آ د
على السطح ونصل ه د ونقول انه عمود ايضاً على ب ج
برهانه نعلم على خط ب ج نقطة ز كيف وقعت ونصل آ ز د ز ه ز فمربع آ ز
يساوي مربعي آ ه ه ز لكون زاوية آ ه ز قائمة ويساوي ايضاً مربعي
آ د د ز لكون زاوية آ د ز ايضاً قائمة لكن مربع آ ه منهما يساوي مربعي
آ د د ه لكون زاوية آ د ه ايضاً قائمة فمربعا آ ه ه ز يساوي مربعات
آ د د ه ه ز ونلقي مربع آ د المشترك يبقى مربع ه ز مساوياً لمربعي
د ه د ز فاذن زاوية ه د ز قائمة و ه د عمود على ب ج ثم ليكن العميق
مؤلفاً من مثلثات آ ب ج آ ج د آ د ه آ ه ب والسطح الواصل بين اطرافه
سطح ب ج د ه حتى يكون سطوح العميق مرتفعة الى نقطة آ ولنخرج
من آ اعمدة آ ح آ ط آ ك على اضلاع السطح وعمود آ ل على السطح
نفسه ونصل ل ح ل ط ل ك فظاهر ان ل ح اقصر من آ ح القائمة
عليه وعلى آ ل وكذلك ل ح من آ ح ول ط من آ ط ول ك من آ ك وجميع



السطوح الكائنة من اعمدة ل د ل ح
ل ط ل ك في انصاف اضلاع ب ج ج د
د ه ه ب المساوي لسطح ب ج د ه اصغر
من جميع السطوح الكائنة من اعمدة آ د
آ ح آ ط آ ك في انصاف الاضلاع المذكورة المساوي لجميع مثلثات
آ ب ج آ ج د آ د ه آ ه ب اعني العميق المذكور وذلك ما اردناه فان
جعلنا العميق المذكور مؤلفاً من مثلثات آ ج د آ د ه آ ه ب ومن سطح
ب ج د ه في هذا الشكل بعينه والسطح الواصل بين اطرافه مثلث آ ب ج
قسمنا سطح ب ج د ه بخط ب د بمثلثي ب ج د ب د ه وبيّنا ان مثلث
آ ب ج اصغر من العميق المؤلف من مثلثات آ ب د ب د ج د آ ج د المرتفع
من مثلث آ ب د الى نقطة د وان مثلث آ ب د ومن المثلثات المذكورة
اصغر من العميق المؤلف من مثلثات آ ه ب ه د آ د ه المرتفع من مثلث
آ ب د الى نقطة ه فاذن مثلث آ ب ج اصغر كثيراً من العميق المذكور
اولاً وهكذا ان كان السطح منقسماً الى مثلثات فوق اثنين فان كان
العميق مؤلفاً من سطوح كثيرة مختلفة كالعميق المؤلف من سطوح آ ب
ك ب ج ط ك ج د ح ط د ه م ح ه ز م ز ل م ك ل م د ك ط ح
د الثمانية والسطح المار باطرافه سطح آ ب ج د ه ز وصلنا بين احدى

الزوايا التي لا يكون على السطح المار بـ ا ب ج وبينه كانت وبين ساير الزوايا
بخطوط وليكن تلك الزاوية نقطة ح ونصل خطوط ح ر ح ب ح
ا ح د ح ه ح ك ح ل ح م الثمانية فينقسم الجسم الذي يحيط به العميق
والسطح الى اجسام بعدة السطوح المقابلة لنقطة ح وهي سطوح
ب ح ط ك ا ب ك د ا ك م ه د م د ك ل م د ا ب ج د ه د الستة
ويرتفع كل واحد من تلك الاجسام من احد تلك السطوح الى نقطة ح
ثم نبين بمثل ما مر ان سطح ا ب ج د ه ر
اصغر من العميق المؤلف من مثلثات ب ح
ب ج ح ا ب ح ا ر ح ه د ح د ه ح ج د
الستة التي ترتفع من ذلك السطح الى نقطة ح وان مثلث ح ب ح منها
اصغر من العميق المؤلف من سطح ب ح ط ك ومثلثات ح ك ب ح ط ك
ح ج ط الثلثة وان مثلث ح ا ب اصغر من العميق المؤلف من سطح
ا ب ك ل ومثلثات ح ل ا ح ك ل ح ب ك وان مثلث ح ر ا اصغر من
العميق المؤلف من سطح ر ا ل م ومثلثات ح م ر ح ل م ح ا ل وان مثلث
ح ه ر اصغر من العميق المؤلف من سطح ه ر م د ومثلثات ح د ه ح
م د ح ر م فاذن يكون السطح المذكور اعني سطح ا ب ج د ه ر اصغر كثيرا
من العميق المذكور اولا وعلى قياس ذلك في ساير ما يمكن من العميقات

المؤلفة من السطوح المستوية واما في العميقات التي يحيط بعضها
ببعض فينبغي ان نخرج على قياس ما مر في الخطوط العميقة التي يحيط بعضها
ببعض احد سطوح العميق المحاط به نحو الجهات الى ان يلقى العميق المحيط ثم نخرج
سطحا اخر مما يليه وهكذا الى ان يتم اخراج جميع السطوح التي يتالف منها
العميق المحاط به ثم نبدا بالاخير فنبين ان العميق المحاط به اصغر منه مع ما
يفرزه السطح الاخير من المحيط وان ذلك اصغر منه مع ما يفرزه
السطح الذي اخرج قبله وهكذا الى ان ينتهي الى العميق المحيط فتبين ان
المحاط به الاول اصغر كثيرا منه مثاله ليكن العميق المحيط مؤلفا
من سطوح ا ب د ه ب ه ط د ح ح ط ح ا ه ح ه ح ط د الخمسة والمحاط
مؤلفا من مثلثات ا ك ب ب ك د د ك ح ح ك ا الاربعة والسطح المار
باطرافهما المحددة سطح ا ب د ح ونخرج سطح مثلث د ك ح اولا في الجهات
الى ان ينتهي الى العميق المحيط فيكون الفصل المشترك بينه وبين سطح
ح ا ه ح خط ح ك والذي بينه وبين سطح ه ح ط د خط ل م والذي
بينه وبين سطح ب ه ط د خط م د فينفصل بهذا السطح من الجسم الذي
يحيط به العميق المحيط والسطح الواصل باطرافهما مخروط يحيط به
سطوح د ح ح ط ك ح ط م ح ك م د الثلثة ومثلثا ح ك ح د م ط
ونسميه المنفصل الاول ويبقى جسم يحيط به سطوح ح ل م د ه

م ر ا ه ر ب ا ح ل ه ب د م ر الستة ونسميه المجسم الثاني ثم نخرج
بعده سطح مثلث ح ك ا فيكون الفصل المشترك بينه وبين سطح
ح ل د م اعني المخرج اولا خط ح ك س ر والذي بينه وبين الباقي
من سطح ه ح ط ر خط س ر ه والذي بينه وبين سطح ا ب ر ه خط
د ا فينفصل به من المجسم الثاني جسم يحيط به سطوح ا ح س ر ك
س ر ه ا ح ل ه الثلثة ومثلثا ح س ل ا د ه ونسميه المفصل الثاني
ويبقى منه مجسم يحيط به سطوح ح س م ه د ر م س ا ب د ه ر د م
ر ا ح س ر ا ح د ب ا الستة ونسميه المجسم الثالث ثم نخرج بعده
سطح مثلث ا ك ب فيكون الفصل المشترك بينه وبين سطح ا ح س
د اعني المخرج ثانيا خط ا ك وبينه وبين سطح ح ل م د المخرج اولا
خط ك ع والذي بينه وبين سطح ب د ط ر خط س ع فينفصل به
من المجسم الثالث جسم يحيط به سطوح ا ب ع ك س م ع ك د ر م ح
ر ك س ع م د ا ك س ر ه الستة ونسميه المفصل الثالث ويبقى
من المجسم الثالث مجسم يحيط به ر ع ك ح س ع ك ا ب ر ح الثلثة
ومثلثا ح ك ا ب ع د ونسميه المجسم الرابع وينفصل منه بسطح مثلث
ب ك د الباقي من مثلثات العميق المحاط به الاربعة مخروط يحيط
به مثلثات ب ك د ب ع ر ب ك ع ب ك ع الاربعة ونسميه المفصل

الرابع ويبقى مجسم يحيط به العميق المحاط به والسطح الواصل بالاطراف
ثم نقول لما كان سطح مثلث ب ك د من العميق المحاط به اصغر من عميق
يتالف من باقي سطوح المفصل الرابع وهي مثلثات ب ع ب ك ع ب ك
ع وجب ان يكون العميق المحاط به اصغر كثيرا من عميق يتالف من سطوح
المجسم الرابع سوى السطح المار
بالاطراف وهي سطوح ح ع ك ح
ع ك ا ومثلثا ح ك ا ب ع د
ونسميه العميق الثاني وايضا
لما كان سطح ب ع ك ا من العميق الثاني اصغر من عميق يتالف من باقي
سطوح المفصل الثالث وهي سطوح س م ع ك د ر م س ا ب د ر ع
م د ا ك س ر الخمسة وجب ان يكون العميق الثاني اصغر من عميق يتالف من سطوح
المجسم الثالث سوى السطح المار بالاطراف وهي سطوح ح س م ه د ر م س ا ب
د ه د م ر ا ح س ر ه الخمسة ونسميه العميق الثالث وايضا لما كان
سطح ا ح س ر من العميق الثالث اصغر من عميق يتالف من باقي سطوح
المفصل الثاني وهو سطحا ا ل س ر ه ا ح ل ه ومثلثا ح س ل ا د ه كان
العميق الثالث اصغر من عميق يتالف من سطوح المجسم الثاني سوى السطح
المار بالاطراف وهي سطوح ح ل م د ه ل م ر ا ب د ه ا ح ل ه م ر ب

المخمسة ونسبته العميق الرابع وايضا لما كان سطح ح ك م ن منه اصغر
من عميق يتالف من باقي سطوح المتصل الاول وهو سطحا ن ح ح ط
ل ح ط م ومثلثات ل ح ى م ط وجب ان يكون العميق الرابع اصغر
من عميق يتالف من سطوح ا ب ه و ه ب ى ط ى د ى ح ح ط ح ا ه ح ه ح ط
المخمسة وهو العميق المحيط فاذن العميق المحاط به الذي هو اصغر من
العميق الثاني الذي هو اصغر من العميق الثالث الذي هو اصغر من العميق
الرابع الذي هو اصغر من العميق المحيط اصغر كثيرا من العميق المحيط وذلك
ما اردناه وينبغي ان يقاس على هذا المثال ما عداه من هذا النوع ولنقصر
عليه لئلا يطول الكلام اما اذا لم يكن العميق مولفا من سطوح مستوية
بل كان اما سطحا مستديرا او محدبا او كان مولفا من سطوح بعضها
مستديرا ومحدب كان البيان فيما لا يكون مستويا قريبا مما مر في الخطوط
المستديرة والمنحنية والسطوح المستديرة والمنحنية والسطوح المنحنية
يكون اما سطوح الاسطوانات او المخروطات او سطوح الكرة او ما يتالف
منها اما سطح الاسطوانة المستديرة فيفرض عليه دائرة هي اما دائرة قاعدة
الاسطوانة او دائرة موازية لها ويجزى محيط تلك الدائرة باجزاء صغار
في غاية ما امكن من الصغر بحيث اذا وصلنا بينها احدث شكل مضلع مولف
من خطوط مستقيمة لا يفرق الحس بينه وبين محيط تلك الدائرة ويخرج

مخروطا

١٣٦

خطوطا من نقط الزوايا متوازية وموازية لسهم الاسطوانة فيقع لا محالة
على سطح الاسطوانة جميعا وينتهي الى دائرتي الراس والقاعدة او الى غيرهما
ان كانت الاسطوانة كذلك ويكون لا محالة كل متوازيين متجاورين منها
في سطح مستو ويحدث من الجميع سطح اسطواني مضلع مولف من تلك السطوح
المستوية بحيث لا يفرق الحس بينه وبين السطح الاسطواني المستدير الذي
كان كلامنا فيه ثم ننصف القسي الصغار من المحيط ونستانف التدبير
فيحدث مضلع اخر اعظم من الاول لكون تلك السطوح من جهة تساوي
ارتفاعاتها على نسب الخطوط التي جعلت اطرافها منشا اضلاع تلك السطوح
وهكذا مرة بعد اخرى ما امكن ويتبين في المضلع الذي ينتهي اليه ما نريد
بيانه في المستدير من كون السطح المستوي الواصل بين اطرافه او العميق الواقع
في داخله اصغر منه وكونه اصغر من العميق المحيط به على قياس ما مهدناه
ويقع من ذلك ومن العلم بانا لو نصفنا كل واحد من الاقسام مرة بعد اخرى
الى ما لا نهاية له وعملنا العمل المذكور لكان الحكم كما ذكرنا حكم يقيني في
العقل بثبوت الحكم المطلوب في السطح المستدير الاسطواني لو امكن واما
سطح المخروط المستدير القائم فالبيان والعمل فيه كذلك بعينه الا ان
الخطوط المرسومة على نقط الزوايا نصل بينها وبين راس المخروط فيحدث
مخروطات مضلعة ويكون المحيط منها اعظم من المحاط به لكون الاعمدة

الواقعة من راس المخروط على قواعد مثلثات المضلع المحيط التي هي ابعد
من مركز قاعدة المخروط اطول من الاعمدة الواقعة من راس المخروط على
قواعد مثلثات المضلع المحيط جميعا اعني اطول من قواعد مثلثات
المضلع المحاط به واما سطح الكرة فيجزى محيط اي دايرة عظيمة ا
عليه بالاجزاء الصغار المذكورة واما بسطح الكرة بفصل الاوتار ونرسم
دواير عظاما تمر بنقط الزوايا وبقطبي الدايرة العظيمة ونقسمها اقساما
المساوية لتلك الاجزاء الصغار ونصل بينها ليحدث في داخل الكرة
شكل مضلع كثير القواعد قواعدها سطوح مستوية لها اضلاع اربعة
او ثلثة كما ذكر اقليدس في المقالة الثانية عشر من كتاب الاسطقسات فيكون
المثلثات المجتمعة منها عند كل قطب محيطة بمخروط مضلع راسه القطب
وكل صف من الصفوف التي يليها المشتملة على قواعد ذوات اربعة
اضلاع متجاورة حول المحور على الترتيب محيطا بقطعة من مخروط مضلع
لان اضلاعها المشتركة اذا اخرجت اجتمعت على نقطة من المحور خارج
الكرة ويكون الصف الاوسط بين القطبين ان كان عدد اجزاء نصف
الدايرة العظيمة فردا محيطا باسطوانة مضلعة لان اضلاعها المشتركة
توازي المحور ثم نضعف كل واحد من القسي الصغار المذكورة مرة بعد
اخرى لا الى نهاية ونرسم كل مرة دواير عظاما اخرى تمر بالنقطة المنصفة

الثلثات المحاطة التي هي اقرب الى مركز قاعدة المخروط وقواعد

من الدائرة العظيمة الاولى وبقطبيها ونصل الاوتار ونتمم الاشكال فيحدث
مجسمات كثيرة كل واحد منها كثيرة قواعد في تلك الكرة ويكون بعضها
محيطا بالبعض وكل محيط اعظم من الذي يحيط به لكون كل ابع قواعد
من المحيط هي بازاء قاعدة واحدة من المحاط بر لعظم جميعا منها ولكن
لبيان ذلك ا ب ج د احدى قواعد المحاط به و ا ب واقصر من ج د وهما
متوازيان و ا ج ب د متساويان وان اضلاع كل قاعدة ذات اربعة اضلاع
من قطع المخروطات المضلعة حول المحور يكون هكذا ونخرج على ا ب ج
د من القسي الموازية للعظيمة وننصفها على ه ونصل ه ا ه ب ه ج ه د
ونقول ان سطحي ا ه ب ه معا اعظم من سطح ا د ونخرج من ا ب عمودي
ا ح ب ط على ج د ومن ا ه عمودي ا ك ه ل على ج د فمثلثا ا ه ب ج د ك
المتساوي الساقين متشابهان لتوازي اضلاعهما النظاير ونسبة ج د
الى ا ه اعني ك ل كنسبة ج د الى ا ب اعني ح ط وبالتفصيل نسبة ج ك ل ه
معا الى ك ل كنسبة ج ح ط د الى ح ط وبالتنصيف
المقدمتين نسبة ج ك الى ك ل كنسبة
ج ح الى ح ط وبالابدال نسبة ج ك
الى ج ح كنسبة ك ل الى ح ط و ك ل
اصغر من ج د لان ا ه اصغر من ا ب



فحَ كَ اصغر من حَ حَ ومربعه اصغر من مربعه واذا نقصنا هما من مربع
اَحَ بقي مربع اَكَ اعظم من مربع اَحَ فاَكَ اطول من اَحَ وجميع اَ ه ه بَ
اطول من اَبَ وجميع حَ دَ دَ ه اطول من حَ دَ فعمود اَكَ في نصف اَ ه ه بَ
حَ دَ د ه جميعا التي هي مجموع سطحي اَ بَ حَ ه اعظم من عمود اَحَ في نصف
اَبَ حَ دَ جميعا التي هي سطح اَ دَ ولما ان كانت اضلاع مثلثي اَ ه بَ حَ
دَ ه النظاير متساوية وذلك عند كون القواعد من الاسطوانة المضلعة
المحيطة بالمخروطات الاعمدة متساوية وسطحا اَ دَ ه اعظم من سطح
لكون حَ دَ دَ ه معا اطول من حَ دَ ونعيد سطح اَ حَ دَ ه وننصف القوسين
اللتين على اَحَ ه دَ على نقطتي حَ كَ ونصل حَ طَ اَحَ حَ حَ ه كَ طَ دَ فيحدث
قاعدتا اَحَ طَ ه حَ حَ دَ طَ من الابع التي يكون بازاء قاعدة اَ حَ دَ
ويكون اضلاع اَحَ حَ حَ ه طَ طَ دَ متساوية واضلاع اَ ه حَ طَ حَ دَ
متوازية واَ ه اقصر من حَ كَ وحَ كَ اقصر من حَ دَ اذا كانت القواعد
من قطع المخروطات المضلعة ونخرج من مركز الكرة وليكن بَ الى
نقطتي حَ كَ خطين فينصفان وتري اَ حَ ه دَ على كَ لَ ونخرج منه
ايضا عمود بَ تَ على سطح اَ حَ دَ ه ونصل اَ تَ ه تَ دَ تَ فيكون متساوية
لان مربع كل واحد منها مع مربع بَ تَ يساوي مربع نصف قطر الكرة الواصل
بين بَ واحدى نقط اَ حَ دَ ه ويكون زاويتا اَ ه دَ ه متساويتين لتساوي

قاعدتي حَ اَ ه ه وزاوية حَ دَ اعظم من زاوية اَ ه ه لكون قاعدة حَ دَ
اطول من قاعدة اَ ه ونصل كَ لَ فلا يكون خطا مستقيما لان
زاويتا كَ واَ ه ه كل جميعا اصغر من قائمتين ونصل كَ لَ فيكون موازيا
لاَه حَ دَ واقصر من حَ طَ لكونهما متوازيين بين خطي بَ حَ بَ طَ المتساويين
ونخرج من تَ عمود تَ دَ
على حَ دَ ونخرج الم فيكون
عمودا على اَ ه لموازاة اَ ه حَ دَ
وننصف كَ لَ على عَ لكون
اَ ه حَ دَ منصفين على م ه ونصف حَ طَ على ثَ ونصل هـ ثَ ثَ م ونصل
بَ ثَ فمربع لكونهما في سطح مثلث بَ طَ على منتصفي كَ لَ حَ طَ
المتوازيين ويكون في مثلث بَ ثَ عَ القايم الزاوية زاوية بَ ثَ عَ وحا
فيكون زاوية ثَ عَ م الباقية الى قائمتين منفرجة ويكون ثَ م في
مثلث ثَ دَ عَ اطول من عَ هـ ونفصل من هـ م هـ ف مثل دَ ثَ ونخرج
ف صَ ق موازيا لحَ دَ ونخرج ف صَ مثل ثَ حَ وف قَ مثل ثَ طَ و
نقع نقطتا صَ قَ خارج ضلعي اَ حَ ه لان حَ طَ اطول من كَ لَ ونخرج
من اَ ه ونصل حَ صَ دَ قَ فيكون سطح صَ حَ دَ قَ مساويا لقاعدة حَ
دَ طَ لتساوي عموديهما وراسيهما وقاعدتيهما ولكون م ثَ ثَ هـ الحي

من م هـ وكون س ه مساويا لقه يكون م س اطول من م ف واذا او
اصره قه كانت قاعدة اح ط ه اعظم من سطح اصر قره المتساويين
والقاعدتين لكون عمود م س اطول من عمود م ف فاذن جميع قاعدتي
اح ط ه ح ر د ط اعظم من سطحي اح ر ه وان كانت قاعدة اح ر ه من
الاسطوانة تساوت خطوط اه ح ط ر د المتوازية ووقع عمود ى على
نقطة ع ويكون زاويتا م ع س ر ع س قائمتين وعمود م س اطول من عمود
م ع وعمود س ر اطول من عمود ع د ونصف اه ح ط اطول من نصف اه
كل ونصف ح ط ر د اطول من نصف كل ح د فيكون لذلك قاعدتا
اه ح ر اعظم من سطحي الكد اعني من قاعدة اد وبمثل ذلك نبين
ان القاعدتين الباقيتين الواقعتين على سطحي ه ر ت ف من الشكل المتقدم
معا اعظم من سطح ه ر ت ف وبينا ان سطحي اح ر ه ه ر ت معا اعظم
من قاعدة اه ر ت فاذن مجموع القواعد الاربع اعظم كثيرا من قاعدة اح
ر ت وبمثل ذلك نبين ان مجموع القواعد الاربع التي يقع بازاء القاعدة
يكون مثلثا يكون ايضا اعظم منه فاذن السطوح المحيطة بالشكل الكثير
القواعد المحيط اعظم من السطوح المحيطة بالشكل الكثير القواعد المحاط
به واذا دبرنا هذا التدبير مرة بعد اخرى امكن لنا ان يثبت الحكم المطلوب
بالبيان المناسب على سطح الكرة ان امكن او على ما لا يفرق الحس بينه

وبين سطح الكرة وان رسم في الكرة اشكال غير ما ذكرنا على وجه يمكن ان
نبين المطلوب بها لم يختلف البيان وارشميدس يعمل في الكرة بعد عمل
الشكل المذكور في الدائرة العظيمة من الكرة باثبات قطرين فصل بين زاويتين
متقابلتين من زوايا ه وادارة الدائرة مع الشكل حولها مجسما في الكرة
مؤلفا من مخروطين مستديرين وقطع من مخروطات مستديرة كما سيأتي
بيانه وهو صالح ايضا لبيان ما نحن فيه الا انه ينبغي ان نبين اولا ان
السطحين المخروطين المستديرين اللذين يرسمهما ضلعا اح ح ر في
مثال الشكل الاخير بادارة الكرة على محورها المذكور اعظم من السطح
المستدير المخروطي او الاسطواني الذي يرسمه اه بان ينصف القسي التي
على الاضلاع المتوازية وحدها دون المتساوية مرة بعد اخرى ووصل
الاوتار ويتبين بالشكل المتقدم ان السطحين اللذين يحدثان على الاضلاع
المساوية لضلعي اح ح ر يكونان ابدا اعظم من الذي يحدث على الاضلاع
الموازية لضلع اه الى ان يحصل الحكم المعنى بذلك على القياس المتقدم
ثم نبين بتنصيف القسي التي على الاضلاع المساوية لضلعي اح ح ر واخراج
الاوتار وادارة الكرة ليحصل سطوح مخروطية مرة بعد اخرى ان سطح الكرة
اعظم من السطوح المخروطية المفروضة اولا ويحتاج الى ذلك ايضا
في الكتاب واما اذا اردنا ان نبين كون احد هذه السطوح المستديرة

اصغر من سطح عميق يحيط به فينبغي ان نعمل لسطح الاسطوانة على نقط الاجزاء [جزا]
من دايرتها خطوطا مماسة للدايرة متلاقية ليحدث على الدايرة شكل
مضلع ويخرج من زواياه خطوطا متوازية وموازية لسهم الاسطوانة
فيحدث على سطح الاسطوانة سطح اسطوانة مضلعة محيطة بالاسطوانة
المستديرة ثم يخرج من مركز الدايرة الى نقطة زوايا الشكل المرسوم على
الدايرة خطوطا ومن نقط تقاطع تلك الخطوط ومحيط الدايرة خطوطا اخرى
مماسة للدايرة الى ان يلاقي اضلاع الشكل ومن نقط الملاقاة خطوطا
موازية لسهم الاسطوانة ليحدث اسطوانة مضلعة ثانية داخل [ويحدث]
المضلعة الاولى وخارج المستديرة ويكون السطح المحيط بالمضلع الثاني
اصغر من السطح المحيط بالمضلع الاول بمثل ما مر وهكذا مرة بعد اخرى
الى ما لا نهاية له وهكذا في المخروط وسياتي في الكتاب عمل بعض هذه
الاشكال التي اشرنا اليها والطريق الى معرفة مقاديرها لاغراض بين
هناك ونحن لما احتجنا في بيان هذه المصادرات اليها قدمنا ذكرها
وان كان فيه تكرار ومخالفة للسياقة التي اختارها ارشميدس على ما
سيجيء بيانه واما في الكرة فاذا قسمنا الدايرة العظيمة بالاقسام الصغار
والدواير العظام المارة بها وبقطبي تلك الدايرة اقسمت تلك الاقسام اخرجنا
سطوحا متلاقية تماس الكرة على تلك النقط وطريق ذلك ان نوصل بين

مركز الكرة وبين كل نقطة منها بخط مستقيم ونخرج من طرفه الخارج عمودا ان
عليه غير متصلين على استقامته كيف وقعا فالسطح الذي يكون العمودان
فيه يكون لا محالة مماسا للكرة ويحدث من تلاقي تلك السطوح شكل مضلع
محيط بالكرة ثم نخرج من مركز الكرة الى كل واحدة من زوايا ذلك الشكل
خطا مستقيما ومن النقطة التي يقاطع عليها ذلك الخط سطح الكرة سطحا مماسا
للكرة فيحدث من تلاقي تلك السطوح شكل مضلع اخر على الكرة وفي المضلع
الاول فيكون سطحه المحيط به اصغر من سطح الشكل المضلع المحيط به وهكذا
مرة بعد اخرى لا الى نهاية الى ان تبين المطلوب بذلك على الرسم المقدم
واذا احاطت سطوح مخروطية بكرة بينا بمثل ما تقدم انها اعظم من
سطح الكرة ايضا وهكذا في ساير السطوح المحدبة التي لا يكون اسطوانية و
مخروطية وكرية فلا نطول الكلام بتكرار التحديد القوانيني واحدا واحدا [منها]
واذا اثبت الحكم بهذه الوجوه في سطوح الاسطوانات والمخروطات والاكر
وغيرها كان في اجزائها الواقعة في المجسمات المؤلفة منها ومن غيرها
بحسبها واضحا فهذه غاية ما قدرت عليه في ايضاح هذه المصادرات و
نعود الى الكتاب **قال** المقادير المختلفة من الخطوط او السطوح او الاجسام
التي يكون لبعضها نسبة الى البعض فان تفضل الاعظم منها على الاصغر يمكن
ان يزيد عليها بالتضعيفات المتوالية مرة بعد اخرى **اقول** وهذا الحكم

للكرة

بين مقدد ذكر اقليدس في صدر المقالة الخامسة من كتاب الاسطقسات ان
المقادير التي لبعضها نسبة الى البعض هي التي يمكن ان يفضل بعضها بالتضعيف
على بعض وبنى الشكل الاول من المقالة العاشرة على صيرورة اصغر مقدارين
متباينين بالتضعيف اعظم من اعظمهما فهذا تمام الكلام فيما صدر الكتاب
به وانا اورد هاهنا ما احتاج اليه في تلخيص العبارات وبيان المسائل
مما يتكرر كثيرا او يكون في حكمه لتوقف عند الاستعمال عليه ويكون شرط
الايجاز مرعيا **فاقول** انا اذا اطلقت اسم الخط والسطح فانما اعني بهما
المستقيم والمستوي واقيد ما عداهما بالصفة المخالفة للاستقامة والاستواء
كالخط المنحني وسطح الكرة مثلا واذا اطلقت المخروط والاسطوانة فانما
اعني بهما المستديرين والمخروط المستدير قد يسمى مخروط الاسطوانة والذي
يكون سهمه عمودا على سطح قاعدته فقد يقال له المتساوي الساقين
والمتساوي الاسوق والمتساوي الاضلاع والمتساوي الاقطار و
القائم الزاوية والقائم وانا اسميه المخروط القائم والاسطوانة المستديرة
التي يكون محورها عمودا على قاعدتيها يقال لها المتساوية الاقطار والقائمة
الزاوية والقائمة وانا اسميها بالاسطوانة القائمة واسمي المخروط المضلع
الذي يكون قاعدته مستقيمة الاضلاع وراسه نقطة بالناري و
الاسطوانة المضلعة التي يكون قاعدتاها شكلان مستقيما الاضلاع

متساويان متشابهان بالمنشور **واقول** انه اذا كانت اربعة مقادير نسبة
الاول وليكن ا الى الثاني وليكن ب اعظم من نسبة الثالث وليكن
ج الى الرابع وليكن د **اقول ا** فاذا عكسنا كانت نسبة ب الى ا
اصغر من نسبة د الى ج وبيان ذلك بالاضعاف ظاهر **ب** فاذا ابدلنا
كانت نسبة ا الى ج اعظم من نسبة ب الى د وليكن نسبة ه الى ب نسبة
ج الى د فنسبة ا الى ب اعظم من نسبة ه الى ب فا اعظم من ه ونسبة
ه الى ج بالابدال كنسبة ب الى د فنسبة ا الى ج اعظم من نسبة ه الى
ج اعني من نسبة ب الى د **ج** واذا ركبنا كانت نسبة جميع اب الى
ب اعظم من نسبة جميع جد الى د وذلك لان نسبة جميع ه ب الى
ب كنسبة جميع جد الى د وا اعظم من ه فجميع اب
اعظم من جميع ه ب ونسبة جميع اب الى ب اعظم
من نسبة جميع ه ب ونسبة جميع اب اعظم من جميع ب
الى ب اعني من نسبة جميع جد الى د **د** وايضا اني د اعظم من ج في
ب وذلك لانا نجعل نسبة ه الى ب كنسبة ج الى د فه في د مثل ج
في ب واني د اعظم من ه في د اعني من ج في ب **ه** وبالعكس اعني
اذا كانت ا في د اعظم من ج في ب كانت نسبة ا الى ب اعظم من نسبة
ج الى د وليكن ه في د كج في ب وا اعظم من ه ونسبة ه الى ب كنسبة

141

ح الى د فنسبة آ الى ب اعظم من نسبة ح الى د **و** وايضا اذا كانت نسبة
ا الى ب اصغر من نسبة ح الى د وكان آ اعظم من ح كان ب اعظم من د
ولتكن نسبة ه الى ب كنسبة ح الى د فتكون نسبة آ الى ب اصغر من
نسبة ه الى ب فه اعظم من آ فهو اعظم كثيرا من ح فب اعظم من د **ز**
ولتكن نسبة اب الى بح اعظم من نسبة ده الى هز فاذا فصلنا كانت
نسبة اح الى حب اعظم من نسبة دز الى زه ولتكن نسبة ح ب الى بح
كنسبة ده الى زه واذا فصلنا كانت نسبة ح ح الى حب كنسبة دز وا ح
اعظم من ح ح فنسبة اح الى حب اعظم من نسبة ح ح الى حب اعنى
من نسبة دز الى زه **ح** وايضا اذا كانت نسبة اح الى حب كنسبة

دز كانت نسبة مربع اب الى سطح اح في حب كنسبة مربع
ده الى سطح دز في زه لان نسبة مربع اح الى سطح اح
في حب كنسبة مربع دز الى سطح دز في زه وذح مربع حب
الى السطح الاول كنسبة مربع زه الى السطح الثاني فنسبة
مربعي اح حب الى السطح الاول كنسبة مربعي دز زه الى السطح الثاني
واذا ركبنا مرتين صارت نسبة مربعي اح حب مع ضعف السطح الاول
اعني مربع اب الى السطح الاول كنسبة مربعي دز زه مع ضعف السطح الثاني
اعني مربع ده الى السطح الثاني **ط** وايضا اب نصف على ح وقسم على د وعلى

ه فد اقرب الى ح من ه فسطح اد في دب اعظم من سطح اه في هب لان الفضل بينهما مربع دح وسطح اد في دب
اصغر من مربع اح لان الفضل بينهما مربع دح وسطح اه في هب لان الفضل بينهما هو فضل مربع ه ح على مربع دح
ى وايضا خط اب نفصل منه بح ونزيد فيه بد فنسبة اب الى
بح اعظم من نسبة اد الى دح وذلك لان نسبة اح الى حب اعظم من
نسبته الى اح وادا ركبنا كانت نسبة اب
الى بح اعظم من نسبة اد الى دح وايضا نسبة حب الى ب ا اصغر من
نسبة ح د الى د ا المثل لذلك **يا** وايضا نسبة آ الى ب اعظم من نسبة د الى
ه **اقول** فنسبة آ الى ب مثناه بالتكرير اعظم من نسبة د الى ه مثناه
بالتكرير ولكن ا ب ح متوالية في النسبة وكذلك د ه ز ولتكن نسبة
آ الى ح كنسبة د الى ز فنسبة آ الى ب اعظم من نسبة آ الى ح فب اصغر

من ح ولتكن نسبة ب الى ط كنسبة ه الى ز فنسبة
ب الى ح اعظم من نسبة ب الى ط فح اصغر من ط ولتكن
نسبة ب الى ط كنسبة ح الى ك حتى يصير آ ح ك
متوالية على نسبة د ز وب اصغر من ح فط اصغر
من ك فح اصغر كثيرا من ك ونسبة آ الى ح التي هي
نسبة آ الى ب مثناة اعظم من نسبة آ الى ك التي هي بالمساواة كنسبة د

الى د التي هي نسبة د الى ه مثناة وكذلك ان كانت نسبة آ الى ب اصغر
من نسبة د الى ه كانت بعد التثنية كذلك فهذا ما اردت تقديمه
مما هو بمثابة الاصول المحتاج الى بعضها في تقريب بعض المواضع التي
يحتاج الى بيان من هذا الكتاب وسياتي باقي ما يحتاج اليه مما
هو بمنزلة الجزئيات في المواضع المخصوصة بها بعد الشكل الذي
يحتاج في بيانه اليه ومخالفتين للاشكال التي هي من متن الكتاب
من ما ليس منه ليتميز في بادي النظر واشتغل من ههنا بتقرير متن الكتاب

اشكال المقالة الاولى

الاشكال قال آ وبعد تقديم ما وجب تقديمه نقول اذا
رسم في دائرة شكل كثير الزوايا فمحيطه اصغر من محيطها وذلك لان
كل ضلع منه اصغر من القوس التي هو وترها فجميع الاضلاع اصغر من
المحيط ،، واذا رسم على دائرة شكل كثير الزوايا فمحيطه اعظم من محيطها
فلتكن الدائرة ب د ط ك والشكل شكل ا ح ه ح ك وذلك لان مجموع
ب آ ل اعظم من قوس ب ل اذ هما خطان
عميقان متحدا الطرفين في جانب واحد
وكذلك ل ك ط اعظم من قوس ل ط و ط
ح د من قوس ط د و د ه ب من قوس د ب و ك
ح ب من قوس ب ك فمحيط الشكل اعظم من محيط الدائرة وذلك ما

١٤٣

اردناه ،، لنا ان نجد خطين يكون نسبة اطولهما الى اقصرهما اصغر من
نسبة اعظم اي مقدارين فرضا الى اصغرهما فليكن اعظم المقدارين
ا ب واصغرهما د ونفصل من ا ب ب ح مساويا لـ د ونأخذ لـ ا ح اضعافا
يكون اعظم من د وهو ا ط ولكن ز ه خطا ما ونقسمه باجزاء عدتها
عدة ما في ا ط من ا ح ونجعل و ح كاحد تلك الاجزاء
نسبة ح ه الى ه د كنسبة ح ا الى ا ط ونسبة ح ا
الى ا ط الذي هو اعظم من د اصغر من نسبة ا ح الى ح
د ب وبالتركيب نسبة ح د الى د ه اصغر من نسبة
ا ب الى ب ح اعني د فاذن وجدنا خطي ح د ه كما وصفناه ،، لنا
ان نرسم في دائرة وعليها شكلين كثيري الزوايا متشابهين يكون نسبة
ضلع الشكل الذي عليها الى ضلع الشكل الذي فيها اصغر من نسبة ا عظم
اي مقدارين مختلفين فرضنا الى اصغرهما فليكن المقداران ا ب و ا عظمهما
والدائرة دائرة ح د ه ز وليكن نسبة خط ك الاطول الى خط ك ل
الاقصر من نسبة ا الى ب فان ذلك ممكن لما مر في الشكل المتقدم
ونخرج من نقطة ل عمود ل م على خط ك ل ونصل ك م مساويا لخط ط
وذلك ممكن لكون ط اطول من ك ل ونخرج في الدائرة قطري ح ه ز د
متقاطعين على زوايا قائمة وننصف زاوية ح م ح مرة بعد اخرى

ضعفه

الى ان ينتهي الى زاوية اصغر من زاوية ك وليكن هي زاوية د ح ح
ونصل د ح فهو ضلع الشكل الذي في الدائرة ونُنصّف زاوية هـ ح
ح بخط ح س ونخرج من نقطة س خطاً يماس الدائرة وهو خط س
ع ف ونخرج خطي ح د ح ح الى يلتقي ف ع فيكون خط ف ع ضلع
الشكل الذي على الدائرة والشكلان يكونان متشابهين وكلاهما
متساوي الاضلاع ولان زاوية هـ ح ح اصغر من ضعف زاوية
ك ونصفها اصغر منها وزاويتا ك ش قائمتان يكون نسبة م
ك الى ك ل اعظم من نسبة ح ح الى ح ش و ح ح مساو لخط ح ر
فنسبة ح س الى ح ش اعني نسبة ح ع الى ح ر بل نسبة ع ف الى ح
د اصغر من نسبة م ك
الى ك ل اعني ط الى ك
التي هي اصغر من نسبة
ا الى ب فاذن نسبة
ع ف ضلع الشكل الذي
على الدائرة الى ح د ضلع الشكل الذي فيها اصغر كثيرا من نسبة ا الى
ب وذلك ما اردناه **اقول** اما الوجه في ان نصل ك م مساويا
لخط ط بان نخرج ك ل ونجعل ك ص مساويا لـ ط ونرسم على

لط

بعد

بعد ك ص دائرة ص م ونخرج عمود
ل م الى ان يلقى المحيط على م ونصل ك م واما
بيان ان يكون نصف زاوية هـ ح ح اصغر
من زاوية ك وزاويتي ل ش قائمتين
يوجب ان يكون نسبة م ك الى ك ل اعظم من نسبة ح ح الى ح ش فبان
نميل خط ك ل زاوية مثل نصف زاوية ل ك ق و
نخرج خط ك ق الى ق ل ك فنسبة ح ح الى
ح ش لتشابه و نسبة م ك التي هي اطول
من ق ك الى ك ل يكون اعظم نسبة ق ك
الى ك ل اعني من نسبة ح ح الى ح ش **قال** لنا ان نرسم في
قطاع دائرة وعليه شكلين متشابهين كثيري الاضلاع كل واحد منهما
متساوي الا الضلعين اللذين يخرجان من مركز الدائرة ويكون نسبة
ضلع الشكل الذي عليه الى ضلع الشكل الذي فيه اصغر من نسبة اعظم
مقدارين مختلفين فرضنا الى اصغرهما فليكن المقداران ه د و اعظمهما
وليكن القطاع قطاع ا د ب من دائرة ا ب ح التي مركزها د وليكن نسبة
خط ح الاطول الى خط ط ك الاقصر اصغر من نسبة ه الى د كما
مر ونخرج من ك عمود ك ل على ط ك ونصل ل ط مساويا لـ ح د

١٤٤

ك

ضعف
نصف زاوية ا د ب مرة بعد اخرى الى ان يبقى زاوية ا د م اصغر من
زاوية ط ك ل ونصل ا م فهو ضلع الشكل الذى في القطاع ونصف
زاوية ا د م بخط د ه ونخرجه
الى ه ومن ه خط س ه ع
مماسا للدائرة ومنتهيا الى
نقطتى س ع فـ س ع ضلع
الشكل الذى على القطاع ويتبين مثل ما مر ان نسبة س ع الى ا م اصغر
من نسبة ه الى د وذلك ما اردناه ،، لنا ان نرسم فى دائرة د
عليها شكلين كثيرى الاضلاع متشابهين يكون نسبة المرسوم عليها
الى المرسوم فيها اصغر من نسبة اعظم مقدارين مختلفين فرضا
الى اصغرهما فلتكن الدائرة دائرة ا وليكن نسبة خط ح الاطول
الى خط د الاقصر اصغر من نسبة مقداره الاعظم الى مقداره
الاصغر كما مر فى الشكل الثانى ونخرج بين خطى ح د خط ح مناسبا
لهما على التوالى فيكون ح اعظم ايضا من ح ونرسم فى الدائرة د
عليها شكلين كثيرى الاضلاع متشابهين يكون نسبة ضلع
المرسوم عليها الى ضلع المرسوم فيها اصغر من نسبة ح الى ح
كما مر فى الشكل الثالث فيكون نسبة الضلع الى الضلع مثناة

رحمه

٥

اعنى نسبة الشكل الى الشكل
ايضا اصغر من نسبة ح الى ح
مثناة اعنى من نسبة ح
الى د التى هى اصغر من نسبة
ه الى د فاذن نسبة الشكل الى الشكل اصغر من نسبة ه الى د
كثيرا وذلك ما اردناه ولنا ايضا ان نرسم فى قطاع دائرة وعليه
شكلين كثيرى الزوايا متشابهين يكون نسبة الذى عليه الى
الذى فيه اصغر من نسبة اعظم مقدارين مختلفين فرضا الى اصغرهما
والعمل والبيان ظاهر مما مر وقد يمكن لنا على ما تبين فى كتاب
الاسطقسات ان نرسم فى اى دائرة او قطاع كان شكلا كثير الزوايا
متساوى الاضلاع وفى القطع الباقية شكلا اخر كذلك و
هكذا مرة بعد اخرى الى ان يبقى من الدائرة او القطاع قطع هى
اصغر من اى سطح فرض ،، اذا فرضت دائرة وسطح او قطاع
وسطح قلنا ان نرسم على الدائرة او القطاع شكلا كثير الزوايا
يكون القطع الفاضلة على الدائرة او القطاع من ذلك الشكل اصغر من
السطح المفروض ولنبين فى الدائرة فان ذلك يغنى عن البيان فى
القطاع فلنفرض دائرة ا وسطح ب وليكونا معا اعظم مقدارين والدائرة

١٤٥

و

كثيرة الزوايا

وحدها اصغرهما ونرسم عليها وفيها شكلين متشابهين كثيري الزوايا
يكون نسبة الذي عليها الى الذى فيها اصغر من نسبة السطح
والدايرة معا الى الدايرة وحدها كما تبين فى الشكل المتقدم فلان
الدايرة اعظم من الشكل الذي فيها يكون نسبة الشكل الذي على
الدايرة الى الدايرة اصغر من نسبة الى الشكل الذى فيها وكانت
نسبة الى الشكل الذي على الدايرة الى الشكل الذي فيها اصغر من
نسبة السطح والدايرة معا الى الدايرة وحدها فنسبة الشكل
الذي على الدايرة الى الدايرة اصغر كثيرا من نسبة السطح والدايرة
معا الى الدايرة فاذن الشكل الذي على الدايرة اصغر من السطح و
الدايرة معا ويبقى بعد اسقاط المشترك اعنى الدايرة القطع التي
يفصل من الشكل عليها اصغر من السطح المفروض وذلك ما اردناه
وان اردنا فصلنا ليبقى نسبة القطع المذكورة الى الدايرة
اصغر من نسبة السطح اليها وتبين المطلوب من القطاع
عليه ٥ اذا رسم فى مخروط قايم ناري متساوي اضلاع



القاعدة كان السطح المحيط بالناري سوى قاعدته مساويا لمثلث
يساوي قاعدته محيط قاعدة الناري وارتفاعه العمود الواقع
من راس المخروط على احد اضلاع قاعدة الناري ليكن المخروط هو

الذي قاعدته دايرة ا ب ج والناري المرسوم فيه هو الذي قاعدته مثلث
ا ب ج المتساوي الاضلاع فلان المثلثات



المحيطة بالناري متساوية الساقين وقواعدها
التي هي اضلاع ا ب ب ج ج ا متساوية يكون
الاعمدة متساوية والمثلث الذي يساوي قاعدته مجموع القواعد
وارتفاعه ارتفاع احدها مساويا لها جميعا ٥ وعلى جهة
اخرى نعيد الشكل ونجعل د راس المخروط فيكون د ا د ب د ج الا
المتساوية و د ك د ل د م الاعمدة المتساوية ونعمل مثلث ه ز ح
على ان يكون قاعدة ه ز منه مساويا لجميع ا ب ب ج ج ا وعمود
ح ط مساويا لاحد تلك



الاعمدة فيكون سطح العمود
فى ا ب وفى ب ج وفى ج ا
فرادى اعنى ضعف مثلثات
د ا ب د ب ج د ج ا
مساويا لسطح العمود فى ا ب ب ج ج ا مجموعا بل فى ه ز اعنى ضعف
مثلث ح ه ز فاذن المثلثات المذكورة مساوية لمثلث ح ه ز
وذلك ما اردناه اقول وجميع ابيات هذا الشكل الخروطي

ح

اضلاع م

١٤٦

ط

نسخة اسحق هو الذي تقدم شكل واحد "" اذا رسم على
مخروط قايم ناري في قاعدته مثلث كان السطح المحيط بالناري سوى
قاعدته مساويا لمثلث قاعدته مساوية لمحيط المثلث الذي
هو القاعدة وارتفاعه مساو لضلع المخروط وليكن المخروط هو
الذي قاعدته دايرة ابج والناري هو الذي قاعدته مثلث
دزو ورأسهما ح ومركز دايرة القاعدة ط ويخرج منه خطوط
طا طب طج الى نقط التماس فيكون اعمدة على اضلاع المثلث
ونصل حا حب حج فيكون ايضا اعمدة عليها كما سيجي ومثلثات
لكون المخروط متساوي الاسوق وهي ارتفاع مثلثات حد
حه حز زد فاذن المثلثات يساوي مثلثا يكون قاعدته
مساوية لمحيط مثلث ده زد وارتفاعه لاحد



خطوط حا حب حج اعني ضلع المخروط
وذلك ما اردناه اقول انما كانت
خطوط حا حب حج اعمدة على اضلاع
مثلث دزه لان محور حط عمود على سطح
القاعدة وسطح مثلث حطا المار به قايم على
سطح القاعدة على زوايا قايمة وطا فصلهما المشترك وده

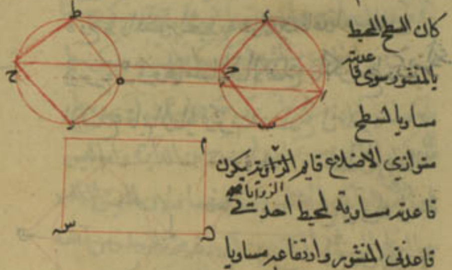
عمود واقع في احد السطحين اعني في سطح القاعدة وقايم على فصلهما
المشترك فيكون لا محالة عمودا على السطح الاخر اعني على سطح مثلث
حطا وكان خط حا في ذلك السطح ملاقيا للعمود فهو اعمود عليه
فاذن حا عمود على ضلع ده وكذلك البيان في كون حب حج
عمودين على الضلعين الباقيين واعلم ان قاعدة الناري المحيط
بالدايرة اذا كانت سطحا مستقيم الاضلاع غير المثلث كان الحكم
كذلك ونحتاج الى ذلك فيما يجي ولا يحتاج في هذا الشكل
الى شرط تساوي اضلاع القاعدة بخلاف الشكل المقدم ""

١٤٧

ط

ضلاع

"" اذا رسم في اسطوانة قايمة منشور قاعدتاه متساويتا الا



كان السطح المحيط
بالمنشور سوى قاعدتيه
مساويا لسطح
متوازي الاضلاع قايم الزوايا يكون
قاعدته مساوية لمحيط احدى قاعدتي المنشور وارتفاعه مساويا
لضلع الاسطوانة فلتكن الاسطوانة المستديرة هي التي قاعدتاها
دايرتا ابج ده زح طك وهما متساويا الاضلاع وليكن سطح

والمنشور المرسوم فيها هو الذي قاعدتاه سطحا ابج دزه حطم

مس متوازي الاضلاع قايم الزوايا مد منه مساو كد دص
سر المحيط سطح ه دح ط جميعا فلان ب د في ه د وفي دح وفي
ح ط وفي ط ه هي سطوح ب ه دح ح ط ا ط و ب د مساو لم د
وجميع ه د دح ح ط ط ه مساو لمرس فالسطوح جميعا مساوية
لسطح م س وذلك ما اردناه ما اذا رسم على اسطوانة قايمة منشور
قاعدتاه متساويتا الاضلاع كان السطح المحيط بالمنشور سوى
قاعدتيه مساويا لسطح متوازي الاضلاع قايم الزوايا يكون
قاعدته مساوية لمحيط احدى قاعدتي المنشور وارتفاعه مساويا
لضلع الاسطوانة فلتكن الاسطوانة هي التي قاعدتاها ا ب ج د
ه ح ط والمنشور المحيط به هو الذي قاعدتاه سطحا ك ل م
د س ع ف ق وهما متساويي الاضلاع وليكن سطح ر ت ث متوازي
الاضلاع قايم الزوايا ر ت منه مساو لك ل و ت ث مساو
لمحيط ك ل م جميعا فلان
ع ك في ك ل وفي
ل م وفي م د وفي
د ك هي سطوح
ع ك ف ه ف ك ق



ودثر

ما

و د ث ر مساو لع ل وث ر ت مساو لخطوط ك ل ل م م د د ك
جميعا فسطح ر ت مساو للسطوح المذكورة جميعا وذلك ما
اردناه ما اذا كان مخروط قايم واخرج في دايرة قاعدته
وتر ووصل بين طرفيه وبين راس المخروط بخطين مستقيمين
فحدث مثلث منها ومن الوتر فان سطح ذلك المثلث يكون
اصغر من السطح المستدير الذي يقع بين الخطين من المخروط
فليكن مخروط قاعدته دايرة ا ب ج وراسه د ونصل فيها
وتر ا ج كيف كان وخطي ا د ج د ونقول ان مثلث ا د ج
اصغر من السطح المستدير الذي وقع بين ا د ج د من المخروط
ولننصف قوس ا ب ج على ب ونصل ا ب ج ب د ب فيكون مثلثا
ا ب د ب ج د اعظم من مثلث ا ج د كما بيّناه وليكن سطح
ط مساويا لزيادة مثلثي ا ب د ب ج د على مثلث ا ج د وسطح
ط يكون اما اصغر من قطعتي ا ب ب ج من الدايرة واما ليس
باصغر منهما فليكن اولا ليس باصغر منهما ولان العمق المولف
من السطح المستدير الواقع بين ا د د ب من المخروط ومن قطعة
ا ب من الدايرة اعظم من سطح مثلث ا د ب المار باطرافه و
كذلك العمق المولف من السطح المستدير الواقع بين ب د د ج

ما ب

١٤٨

سنبيّنه

ح وقطعة ب ح اعظم من مثلث ب د ح فجميع السطح المستدير الواقع
بين ا د د ح مع قطعتي ا ب ب ح فالسطح المستدير الواقع بين ا د د ح
مع سطح ط اعظم من مثلثي ا د ب ب د ح اعني من مثلث ا د ح مع سطح
ط و يلقى سطح ط المشترك بقي السطح المستدير الواقع بين ا د د ح
من المخروط اعظم من مثلث ا د ح ثم ليكن سطح ط اصغر من قطعتي ا ب
ب ح وننصف قوسي ا ب ب ح ونصل الاوتار فيفصل من كل قطعة
اكثر من نصفها وننصف الانصاف ونصل اوتارها مرة بعد اخرى
الى ان يبقى قطع اقل من سطح ط ولتكن تلك القطع قطع ا ه ه ب ب ر ر
ح ونخرج خطوط د ه د ر فالسطح المستدير الذي بين ا د د ه مع قطعة
ا ه اعظم من مثلث ا د ه والذي بين ه د د ب مع قطعة ب ه اعظم
من مثلث ه د ب فالمستدير الذي بين ا د د
ب مع قطعتي ا ه ه ب اعظم من مثلثي ا د
ه ه د ب اللذين هما اعظم من مثلث
ا د ب كما مر وبمثل ذلك نبين ان المستدير
الذي بين ب د د ح مع قطعتي ب ر ر ح
اعظم من مثلث ب د ح فجميع السطح
المستدير الذي بين ا د د ح مع جميع القطع المذكورة بل مع سطح ط

اعظم من جميع مثلثي ا د ب ب د ح وكان سطح ط ليس باصغر من قطعتي ا ب ب ح م



الذي

الذي هو اعظم منها اعظم من مثلثي ا ب د ب ح د اعني من مثلث ا ح د
مع سطح ط ويبقى بعد اسقاط سطح ط المشترك جميع المستدير الذي
بين ا د د ح اعظم من مثلث ا ح د وذلك ما اردناه **اقول** اما
قوله فيكون مثلثا ا ب د ب ح د اعظم من مثلث ا ح د فذلك لان العمود
الذي يقع من مركز الدائرة على ا ب الاقصر يكون اطول من العمود الذي
يقع منه على ا ح الاطول وارتفاع مثلث د ا ب اعني العمود الواقع
من د على ا ب الذي يقوى على العمود الاول الاطول وعلى المحور اطول
من ارتفاع مثلث د ا ح اعني العمود الواقع من د على ا ح الذي يقوى
على العمود الثاني الاقصر وعلى المحور وارتفاع مثلثي ب د ح ا ب د متساويان
لتساوي اضلاعهما النظائر ولنضم جميع ا ب ب ح اطول من ا ح فاذن
السطح الحاصل من احد ارتفاعي مثلثي د ا ب د ب ح في نصف قاعدتيهما
اعني المثلثين جميعا اعظم كثيرا من السطح الحاصل من ارتفاع مثلث
د ا ح في نصف قاعدته اعني مثلث د ا ح والى هذا اشرت في اثناء
شرح المصادرات عند ذكر المخروطات المضلعة بان سطح المحيط منها
يكون اعظم من سطح المحاط به لكون الاعمدة والقواعد في المحيط اطول
منهما في المحاط به واما قوله وننصف قوسي ا ب ب ح ونصل الاوتار
فيفصل من كل قطعة اكثر من نصفها فذلك لانا اذا اخرجنا عمودي

من طرفي القوس المنصفة ووصلنا بينهما بخط يماس الدائرة على منتصف
القوس ويوازي الوتر متى ازيد اضلاع يكون المثلث الحادث من وتر
القوس ووتري نصفيها مساويا لنصفه ويقع القطعتان الحادثتان
في النصف الآخر مع فضليتين على القطعة الاولى فاذن المثلث الحادث
ينفصل من القطعة الاولى اعظم من نصفها وقد مر مثل ذلك في
كتاب الاسطقسات لاقليدس ويكون البيان هذا بعينه واعلم
ان هذه الاشكال التسعة اعني من الشكل السابع الى الخامس عشر
هي مما تقدم ذكرها مجملا في اثناء ما اوردته من شرح المصادرات
وذلك اني لما وجدت بعض المصادرات كالحكم بان كل سطح عميق
فهو اعظم من السطح المستوي المار باطرافه ومن العميق الذي يقع في
داخله غير بين بنفسه من القضايا المتعارفة ولا مما يوجد بيانه
في غير علم الهندسة اردت ان ابينها فاحتجت الى ان ابين اولا
ما يحتاج في بيانه اليه وكانت القضايا المثبتة في الاشكال الخمسة
الاولى من جملة ذلك فاشرت الى بيانها مجملا واما الاربعة الاخيرة
فقد تبينت انها مع المصادرات من غير بنا عليها وارشميدس لما
وضع تلك المصادرات على انها بينة مقبولة واحتاج فيما قصده
مما سيورده الى القضايا المثبتة في هذه الاشكال اوردها ههنا



واستعمل بعض تلك المصادرات في بيانها كما استعمل الحكم المذكور في
هذا الشكل فوقع فيما ذكرته تكرار في المتن ومخالفة للسياقة
التي اختارها ارشميدس على ما ذكرت هناك وعلت بيانه فليعلم ان
ذلك للضرورة المذكورة ونعود الى الكتاب ﴿ﻫ﴾ اذا كان مخروط
قائم واخرج في سطح دائرة قاعدته خطان مماسان لتلك الدائرة
ومتلاقيان على نقطة ووصل بين نقط التماس والتلاقي وبين
راس المخروط بخطوط كان المثلثان اللذان يحيط بهما تلك الخطوط
مع الخطين المماسين للدائرة اعظم من السطح المستدير الواقع بين
المثلثين من المخروط وليكن المخروط هو الذي قاعدته دائرة ا ب ج و
راسه نقطة ه وليكن خطا د ا د ج في سطح دائرة ا ب ج مماسين لها
على نقطتي ا ج ومتلاقيين على نقطة د ونصل ا ه ج ه د ه ونقول ان
مثلثي ا ه د د ه ج اعظم من السطح المستدير الواقع بين ا ه ه ج من بسيط المخروط
ونصل د ب ا ج وليكن ح ب ط مماسا للدائرة ومواز يا لا ج فنقطة التماس
وهي ب تنصف قوس ا ب ج كما سنذكره ونصل ح ه ط ه فخطا ح د د ط
اطول من ح ط ونجعل ا ح ط ج مشتركا فيكون خطا ا د د ج جميعا اعظم
من خطوط ا ح ح ط ط ج وخطوط ه ا ه ب ه ج متساوية لانها اضلاع المخروط
القائم وهي اعمدة على الخطوط المماسة للدائرة كما مر في الشكل التاسع فسطح

اجزاء اضلاع المخروط في خطي اء دح اعني مثلثي اه د ده ح اعظم من
في خطوط اح دح دح اعني مثلثات اح هح ه د ده ح فليكن زيادة
مثلثي اه د ده ح على مثلثات اح هح ه د ده ح هي سطح ط د
يكون اما اصغر من جميع القطعتين اللتين يحيط بهما خطوط اح
ح د دح وقوسا اح اعني الخارجين عن الدائرة ولما ليس باصغر
منهما جميعا وليكن اولا ليس باصغر منهما جميعا فالعمق المحيط الذي
من مثلثات اه حح ه د ده ح ومن
مخروط اح دح اعظم من العمق المحاط
به المؤلف من السطح المستدير الواقع بين
اه ه ح من المخروط ومن قطعة اح من
الدائرة لكونهما يتحدي الاطراف التي
هي اضلاع مثلث اه ح وفي جانب واحد
من سطح ذلك المثلث وبلقي منهما قطعة اح المشتركة فيبقى مثلثات
اه ح ه د ده ح مع قطعتي اح د ك ب د ح ك الخارجتين من
الدائرة اعظم من السطح المستدير الواقع بين اه ه ح وكان سطح ط
ليس باصغر من القطعتين المذكورتين فاذن مثلثات اح هح ه د
ه ح مع سطح ط اعني مثلثي اه د ده ح معا اعظم من السطح المستد

الرابع

الواقع بين اه ه ح من المخروط ثم ليكن سطح ط اصغر من القطعتين الخارجتين
المذكورتين ونصف قوسي القطعتين على نقطتي ك ل ونخرج منهما
خطين مماسين للدائرة هما م د س ع منفصلان من القطعتين اعظم
من نصفهما وننصف انصاف القسي ايضا ونخرج الخطوط المماسة مرة
بعد اخرى الى ان يبقى قطع خارجة من الدائرة يكون مجموعها اصغر من
سطح ط وليكن هي القطع الاربع التي يحيط بها خطا ام م ك مع قوس
اك وخطا ك د د ب مع قوس ك ب وخطا ب س س ل مع قوس
ب ل وخطا ل ع ع ح مع قوس ل ح ونصل نقط الزوايا بنقطة ه
فمثلثات اح هح ه د ده ح الثلثة اعظم من مثلثات ام ه م
د ه د س ه س ع ه ع ه ح الخمسة بمثل ما تبين كون قواعد هذه تلك اطول من قواعدها
وارتفاعات الجميع التي هي اضلاع المخروط متساوية فالعمق المحيط
المؤلف من سطح ح ام د س ع ومن المثلثات الخمسة المذكورة
اعظم من العمق المحاط به المؤلف من السطح المستدير الواقع بين اه
ه ح من المخروط ومن قطعة اح من الدائرة لاتحاد اطرافهما التي
هي مثلث اه ح ووقوعهما في جانب واحد من سطح ذلك المثلث
واذا القينا قطعة اح المشتركة فيبقى المثلثات الخمسة مع القطع
الاربع المذكورتين جميعا اعظم من السطح المستدير الواقع بين اه

ه ح من المخروط لكن مثلثات آ ه ح ح ر ه ر ح ه اعظم من المثلثات
الخمسة المذكورة وسطح ط اعظم من القطع الاربع المذكورة
فمثلثات آ ه ح ح ر ه ر ح ه مع سطح ط اعني مثلثي آ ه ر ه ح معا
اعظم كثيرا من السطح المستدير الواقع بين آ ه ه ح من المخروط وذلك ما
اردناه اقول انما يفضل خط م ر من قطعة آ ح ب ك الخارجة
مثلثا اعظم من نصفها لانا اذا اخرجنا من مركز الدائرة وليكن
ف الى ح خط ف ح ووصلنا ك كان في مثلث ح ك م القائم
الزاوية ح م وتر القائمة اطول من م ك المساوي لم ا فقاعدة
مثلث ح ك م اطول من قاعدة
مثلث م ك ا وهما متساويا الاربعا
فمثلث ح ك م اعظم من مثلث م ك ا
اعظم كثيرا من قطعة ام ك الخارجة
من الدائرة وبمثل ذلك يبين في البواقي وبوجه
اخر ان كان سطح ط اصغر من القطعتين الخارجتين عملنا بمثل ما قدم
في الشكل السادس على قطاع ح ه اشكالا كثيرة الزوايا يكون القطع الفاضلة
عليه من الشكل اصغر من سطح ط ويتم البيان بمثل ما مر اذا اخرج
في سطح اسطوانة قائمة خطان ينتهيان الى قاعدتيها كان السطح



يد

المستدير

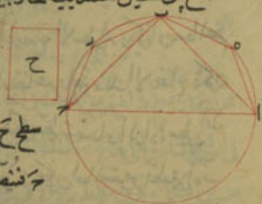


قوله فنصف القوس النظيرة لقوس آ ح ... [illegible]

المستدير الواقع بينهما اعظم من السطح المتوازي الاضلاع الذي يحيط
به ذانك الخطان مع الخطين الواصلين باطرافهما فليكن الاسطوانة
هي التي احدى قاعدتيها دائرة ا ب ح ونخرج في سطحها خطان احد
طرفيهما نقطتا ا ح وطرفاهما الاخران نقطتان يقابلانهما على
دائرة القاعدة الاخرى فنقول ان الواقع بينهما من السطح المستدير
الاسطواني اعظم من على دائرة القاعدة الاخرى فنقول ان الواقع بينهما
السطح المتوازي الاضلاع الذي يحيط به الخطان المبتديان من ا ح
وخطا ا ح وخط اخر يقابله ويوازيه في دائرة القاعدة الاخرى
فننصف قوس ا ح على ب ونصل وتري ا ب ب ح ونرسم على الاسطوانة
خطا يبتدئ من ب وينتهي الى مقابلتها موازيا للخطين الاولين
فنصف القوس النظيرة لقوس ا ح ايضا ويحدث سطحان متوازيا
على ا ب ب ح ارتفاعهما ارتفاع الاسطوانة ويكونان معا اعظم
من السطح الذي على ا ح وارتفاعه ايضا ذلك الارتفاع لكون
ا ب ب ح معا اطول من ا ح وليكن سطح ح مساويا لزيادة سطحي ا ب
ب ح على سطح ا ح ونصف سطح ح يكون اما اصغر من قطعتي ا ب
ب ح معا واما ليس باصغر منهما وليكن اولا ليس باصغر منهما
فالمجموع المؤلف من السطح المستدير الاسطواني الواقع بين الخطين

٢٨

اللذين يبتديان من اب ومن قطعه اه ب ومن القطعة المقابلة
لها على القاعدة الاخرى اعظم من السطح المتوازي الاضلاع الذي
على خط اب المتحد اطرافه باطراف العميق وايضا العميق المولف من
السطح المستدير الاسطواني الواقع بين الخطين المبتدين من ب ج
ومن قطعتي ب د ج والمقابلة لها اعظم من المتوازي الاضلاع
الذي على خط ب ج فمجموع ما يقع بين الخطين المبتدين من ا ج
من السطح المستدير الاسطواني مع قطعتي ا ه ب ب د ج ومقابلتيهما
الاربع اعظم من السطحين المتوازيي الاضلاع الذين على خطي اب ب ج
بل من السطح المتوازي الاضلاع الذي على ا ج مع سطح ح وسطح ح
ليس باصغر من القطع الاربع المذكورة فيبقى السطح المستدير الاسطواني
الواقع بين الخطين المستديرين الخارجين من نقطتي ا ج اعظم من السطح
المتوازي الاضلاع
الذي على ا ج ثم ليكن نصف
سطح ح اصغر من قطعتي ا ه ب ب د
ج فننصف قسي اب ب ج ونصل



الاوتار الى ان يبقى قطع من الدائرة اصغر من نصف سطح ح وليكن
هي قطع ا ه ب ب د ج ولنخرج على اوتارها سطوح متوازية الاضلاع

ارتفاعها

ارتفاعهما ارتفاع الاسطوانة فيتبين بمثل ما قلنا ان مجموع السطح
المستدير الواقع بين الخطين المبتدين من نقطتي اب مع قطعتي ا ه
ه ب والقطعتين المقابلتين لهما اعظم من المتوازي الاضلاع
الذي على اب ومجموع السطح المستدير الواقع بين الخطين المبتدين من
نقطتي ب ج مع قطعتي ب د د ج ومقابلتيهما اعظم من المتوازي
الاضلاع الذي على ب ج فالسطح المستدير الواقع بين الخطين المبتدين
من ا ج مع قطع ا ه ه ب ب د د ج والقطع المقابلة لها جميعا اعظم
من المتوازي الاضلاع الذي على اب ب ج بل من المتوازي الاضلاع
الذي على ا ج مع سطح ح وسطح ح اعظم من القطع المذكورة فيبقى
السطح المستدير الاسطواني المذكور اعظم من المتوازي الاضلاع المذكور
وذلك ما اردناه   اذا اخرج في سطح اسطوانة قائمة خطان
ينتهيان الى قاعدتيها واخرج من اطرافهما في سطحي دائرتي القاعدتين
خطوط مماسة لهما متلاقية كان السطحان المتوازيا الاضلاع
اللذان يحيط بهما الخطوط المماسة للدائرة والخطان اللذان
في سطح الاسطوانة اعظم من السطح المستدير الاسطواني الواقع بين
السطحين فليكن الاسطوانة هي التي قاعدتها دائرة ا ب ج ونخرج
في سطح الاسطوانة خطان مبتديان من ا ج منتهيان الى نظيريهما من

١٥٣

يه
يد

القاعدة الاخرى وفي سطح الدايرة خطا آح حَ الماسان لها على نقطتي
آ م المتلاقيان على حَ وفي سطح الدايرة المقابلة لها نظيرتها خط
نظيراهما ومن ح الى م
يوازي اللذين على سطح الاسطوانة المتوازي الاضلاع
اللذين يحيط بهما الخطوط المبتدئة من نقط اَ حَ وخطا اَح حَ د
نظيراهما اعظم من السطح المستدير الذي على قوس ابـ وليخرج ه دَ
مماسا للدايرة على بَ ومن نقطتي ه دَ خطان موازيان للمحور منتهيان
الى القاعدة الاخرى فالسطحان المتوازيا الاضلاع اللذان على آح حَ
سطح
اعظم من السطوح المتوازية الاضلاع التي على آه ه د د ح لكون آح
ح حَ اطول من جميع آه ه د د ح ولكن سطح ك مساويا لزيادة ذينك
السطحين على هذه السطوح ونصفه يكون اما اعظم من قطعتي آه ب م
ب د ح ط الخارجتين من الدايرة واما ليس باعظم منهما وليكن اولا
اعظم منهما فالعمق المحيط المؤلف من المتوازية الاضلاع التي
على خطوط آه ه د د ح ومن مخروف آ د ه و المخروف المقابل له
اعظم من العمق المحاط به المؤلف من السطح المستدير الذي على قوس
ابـ حـ من الدايرة ومن القطعة المقابلة لها لكونهما متحدة الاطراف
التي هي اضلاع المتوازي الاضلاع الذي على آح وفي جانب
واحد منهما واذا القي منهما قطعتا آ ح ب ومقابلتها معا بقي مجموع

ومن قطعة آ ه ب م

صح منه

السطوح الثلثة التي على آه د د ح والقطع الاربع التي هي قطعتا آه ب
م ب د ح ط واللتان تقابلانهما اعظم من السطح المستدير الذي على
قوس ابـ حـ والسطوح الثلثة والقطع الاربع جميعا اصغر من السطحين
من سطح آه ه د د ح
اللذين على آح حَ لانهما اعظم من السطوح الثلثة بمثل سطح ك الذي
هو اعظم من القطع الاربع فاذن السطحان اللذان على آح حَ اعظم
من السطح المستدير الذي على قوس ابـ حـ ثم ليكن نصف سطح ك ليس
باعظم من قطعتي آه ب م ب د ح ط ويخرج خطوط مماسة للدايرة مرة
بعد اخرى الى ان يصير القطع الخارجة من الدايرة اصغر من نصف سطح
ك ويبين من ذلك الحكم بمثل ما تقدم وهنالك استبان انه اذا
عمل في مخروط قايم او عليه نادي
او عمل في اسطوانة قايمة او عليها
منشور كان جميع السطح المحيط بالمجسم
المحيط سوى القاعدة او القاعدتين
في الاولى في الاخيرة
اعظم من جميع السطوح المحيطة بالمجسم
المحاط به سوى القاعدة او القاعدتين
كل اسطوانة قايمة فان السطح المحيط بها سوى قاعدتيها مساو للدايرة
التي نصف قطرها مناسب لضلع الاسطوانة وقطر قاعدتها فيما

ب

ونصل ه ز ثلث ز ك ل مساو لسطح ه ز ل ع بل لسطح المنشور ونسبة
الشكل الذي على دائرة آ الى الشكل الذي على دائرة ب كنسبة ضعف
قطر دائرة آ وهو خط ر ح الى ضعف قطر دائرة ت وهو خط ح ي
القوة لما سنذكره ونسبة ر ح الى ح في القوة كنسبة ر ح الى ق ز
في الطول لان نسبة ضعف ر ح الى ح كنسبة ح الى ضعف ق ز ونسبة ر ح
الى ق ز كنسبة مثلث ك ر ح الى مثلث ل ق د لان ارتفاعي ر ك
ر ل متساويان فنسبة الشكل الذي على دائرة آ اعني مثلث ك ر ح
الى الشكل الذي على دائرة ت كنسبة مثلث ك ر ح الى مثلث ل ق
د فمثلث ل ق د اعني سطح المنشور مساو للشكل الذي على دائرة ت
ولان نسبة الشكل الذي على دائرة ت الى الشكل الذي فيها اصغر من نسبة
سطح الاسطوانة الى دائرة ت يكون نسبة سطح المنشور ايضا الى الشكل
الذي في دائرة ت اصغر من نسبة سطح الاسطوانة الى دائرة ب
و ذ لك ح لان سطح المنشور اعظم من سطح الاسطوانة فيلزم ان يكون
الشكل الذي في دائرة ت اعظم منها ثم ليكن دائرة ب اعظم
من سطح الاسطوانة ويعمل على دائرة ت وفيها شكلين متشابهين
يكون نسبة الذي عليها الى الذي فيها اصغر من نسبة دائرة ب
الى سطح الاسطوانة ونعمل في دائرة آ اشكالا شبيها بالذي في دائرة

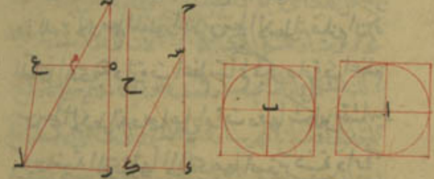
١٥٥

٣٠

بينها فليكن دائرة آ قاعدة الاسطوانة وليكن خط ح ر مساويا للقطر
دائرة آ وخط ه د مساويا لضلع الاسطوانة وخط ح ل واقعا بين خطي
ح ر ه د على النسبة وليكن ضعف قطر دائرة ب مساويا لخط ح ل
فدائرة ت مساوية لسطح المحيط بالاسطوانة سوى قاعدتيها فان لم
يكن كذلك فهي اما اعظم واما اصغر منه وليكن اولا اصغر منه
فيكون سطح الاسطوانة ودائرة ت مقدارين غير متساويين
السطح ويعمل في دائرة ت وعليها شكلين متساويي الاضلاع ويكون
نسبة التي عليها الى التي فيها اصغر من نسبة سطح الاسطوانة
الى دائرة ت كما مر في الشكل الخامس ويعمل على دائرة آ اشكالا شبيها بالذي
على دائرة ت وسنذكر طريقه ونعمل على الشكل المعمول على دائرة آ منشورا
يحيط بالاسطوانة وليكن كل واحد من خطي ك ذ ر ك مساويا للمحيط
الشكل الذي على دائرة آ ولنتصف ح ر على س ونصل س ر ك فمثلث
ك ر س مساو للشكل الذي على دائرة آ لان قاعدته مساوية لمحيط
ذلك الشكل وارتفاعه مساو لنصف قطر دائرة آ ونتمم سطح ه د ل ع
المتوازي الاضلاع فهو مساو لسطح المنشور الذي على الاسطوانة
لان المحيط به ضلع الاسطوانة وخط مساو لمحيط قاعدة المنشور
وقد تبين ذلك في الشكل الحادي عشر ح ح ه ق ر مساويا لـ

دهو

ت ويعمل على الذي في دائرة آ منشورا بحيط الاسطوانة بروليكن
كل واحد من ك ر د ك مساويا لمحيط الشكل الذي في دائرة آ
فمثلث ك ر د اعظم من الشكل الذي في دائرة آ لان قاعدته
مساوية لمحيط الشكل وارتفاعه الذي هو نصف قطر الدائرة
اعظم من العمود الواقع من المركز على احد اضلاع الشكل وسطحه
ك ع مساو لسطح المنشور الذي في الاسطوانة لان المحيط بضلع
الاسطوانة ومحيط قاعدة المنشور وقد مر بيان ذلك في الشكل
العاشر فمثلث ق ك د مساو لسطح المنشور ونسبة الشكل الذي
في دائرة آ الى الذي في دائرة ب كنسبة نصف قطر دائرة آ الى نصف
قطر دائرة ت في القوة بل كنسبة مثلث ك ر د الى مثلث ق ك د
ونسبة الشكل الذي في دائرة آ الى الشكل الذي في دائرة ت كنسبة
مثلث ك ر د الى مثلث ق ك د واذا بدلنا صارت نسبة الشكل



الذي في دائرة آ الى مثلث ك ر د كنسبة الشكل الذي في دائرة

جزء

ت الى المثلث ق ك د والشكل الذي في دائرة آ اصغر من مثلث ك
ر د فالشكل الذي في دائرة ت ايضا اصغر من مثلث ق ك د
اعني من سطح المنشور الذي هو اصغر من سطح الاسطوانة لما مر في
اخر الشكل الخامس عشر فهو اصغر من سطح الاسطوانة وهذا محال
لان نسبة الشكل الذي على دائرة ت الى سطح الاسطوانة كالشكل
الذي على دائرة ت اعظم من دائرة ت فالشكل الذي في دائرة ت يجب
ان يكون اعظم من سطح الاسطوانة واذا لم يكن دائرة ت باعظم من
سطح الاسطوانة ولا باصغر منه فهي اذن مساوية له وذلك ما اردناه
اقول اما طريق ان يعمل على دائرة آ اشكالا شبيها بالذي على ما تبين
في كتاب الاسطقسات ثم نعمل على دائرة اشكالا شبيها بالذي فيه
فيكون ايضا شبيها بالذي على دائرة ت واما بيان ان نسبة الشكل
الذي على دائرة آ الى الشكل الذي على دائرة ب هي كنسبة نصف
قطر الدائرة الى نصف قطر دائرة ت بالقوة فهكذا لنكن آ ب مركزي
الدائرتين و آ ح ب ه نصفي قطريهما و ح د ه ر نصفي ضلعين متناظرين
من الشكلين اللذين عليهما ونصل
ا د ب ر فالمثلثان متشابهان لان
زاويتي د ر نصفا زاويتين متساويتين



الى الذي فيها كان اعظم من نسبة دائرة ب ...

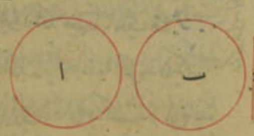
على دائرة ب فهو اذن يعمل في دائرة آ اشكالا شبيها بالذي في دائرة ت

في المقالة الرابعة

دزا يقع ح ه قايمتين ونسبة ح ز الى ه د بل نسبة الضلع الى
الضلع كنسبة ا ح الى ح ه نصف القطر الى نصف القطر فنسبة
الشكل الى الشكل التي هي كنسبة الضلع الى الضلع مثناة كنسبة
مربع نصف القطر الى مربع نصف القطر ؛ كل مخروط قايم
فان سطحه المحيط به سوى قاعدته مساو للدائرة التي نصف قطرها
مناسب لضلع ذلك المخروط ولنصف قطر قاعدته فيما بينهما فليكن
قاعدة المخروط دائرة ا ونصف قطرها خط ح وضلع المخروط خط
د وخط ه مناسبا لخطي ح د فيما بينهما وهو نصف قطر دائرة ب
فنقول ان دائرة ب مساوية للسطح المستدير المحيط بالمخروط فان
لم يكن كذلك فهي اما اصغر منه واما اعظم وليكن اولا اصغر فيكونا
مقدارين مختلفين اعظمهما سطح المخروط ونعمل على دائرة ب وفيها
شكلين متشابهين كثيري الزوايا متساوي الاضلاع يكون نسبة
الذي عليها الى الذي فيها اصغر من نسبة سطح المخروط الى دائرة
ب كما مر في الشكل الخامس ونعمل على دائرة ا شكلا شبيها بالذي
على دائرة ب ونعلم عليه نارياً يحيط بالمخروط المستدير فنسبة الشكل
الذي على دائرة ا الى الشكل الذي على دائرة ب كنسبة نصف قطر
دائرة ا الذي هو ح الى نصف قطر دائرة ب الذي هو ه في القوة اعنى

كنسبة ح الى د في القول ونسبة ح الى د كنسبة الشكل الذي
على دائرة ا الى السطح المحيط بالناري سوى قاعدته وذلك لان ح
الذي هو نصف قطر دائرة ا في محيط الشكل الذي في محيط الشكل
الذي على دائرة ا هو الشكل الذي على دائرة ا ود الذي هو ضلع
المخروط فيه بعينه هو السطح الناري لما بين في الشكل الرابع
فنسبة الشكل الذي على دائرة ا الى الذي على دائرة ب والى سطح الناري
واحدة فالشكل الذي على دائرة ب مساو لسطح الناري ولان نسبة
الشكل الذي على دائرة ب اعني سطح الناري الى الذي فيها اصغر
من نسبة سطح المخروط الى دائرة ب وكان سطح الناري اعظم
من سطح المخروط كما مر في اخر الشكل الخامس عشر لزم ان يكون الشكل
الذي في دائرة ب اعظم من دائرة ب هذا خلف ثم ليكن دائرة ب
اعظم من سطح المخروط ونعمل على دائرة ب وفيها شكلين متشابهين
كما ذكرنا يكون نسبة الذي عليها الى الذي فيها اصغر من نسبة الدائرة
الى سطح المخروط ونرسم في دائرة ا شكلا شبيها بالذي في دائرة ب
ونقيم على الذي في دائرة ا شكلا نارياً يحيط به المخروط ويكون نسبة
الشكل الذي في دائرة ا الى الذي في دائرة ب كنسبة ح الى ه في
القوة بل كنسبة ح الى د في القول ونسبة ح اعني نصف قطر دائرة

ا الى ه اعنى ضلع المخروط اعظم لما سنذكره من نسبة الشكل الذى فى
دائرة ا الى سطح النارى التى هى كنسبة العمود الواقع من مركز دائرة
ا على ضلع الشكل الذى فيها الى العمود الواقع من راس المخروط عليه
ايضا فان العمود الذى من مركز الدائرة فى محيط الشكل الذى فى
دائرة ا هو الشكل الذى فى دائرة ا او العمود الذى من راس المخروط فيه
ايضا بعينه هو سطح النارى على ما مر فى الشكلين السابع والثامن فنسبة
الشكل الذى فى دائرة ا الى الذى فى دائرة ب اعظم من نسبته الى سطح
النارى فسطح النارى اعظم من الشكل الذى فى دائرة ب ونسبة الشكل
الذى على دائرة ب الى سطح النارى اصغر من نسبته الى الشكل الذى فى
دائرة ب وكانت نسبة الشكل الذى على دائرة ب الى الذى فيها اصغر
من نسبة دائرة ب الى سطح المخروط فنسبة الشكل الذى على دائرة ب
الى سطح النارى اصغر كثيرا من نسبة دائرة ب الى سطح المخروط والشكل
الذى على دائرة ب اعظم من دائرة ب فسطح النارى يلزم ان يكون اعظم



من سطح المخروط هذا
خلف لما مر فى اخر الشكل الحادى
عشر واذا لم يكن دائرة ب
باصغر من سطح المخروط ولا باعظم منه فهى اذا مثله وذلك ما اردنا

اقول ليكن لبيان ان نسبة نصف قطر دائرة ا الى ضلع المخروط اعظم
من نسبة العمود الواقع من مركز دائرة ا على ضلع الشكل الذى فيها
الى العمود الواقع من راس المخروط عليه ايضا ر مركز دائرة ا و ح راس المخروط
و ر ط نصف قطر دائرة ا اعنى خط ه و ح ط ضلع المخروط اعنى خط ك
و ر ك العمود الواقع من المركز على ضلع الشكل



الذى فى الدائرة و ح ك العمود الواقع عليه من
راس المخروط والدعوى ان نسبة ر ط الى ح ط اعظم
من نسبة ر ك الى ح ك فنخرج ك ل موازيا لط ح
فيكون اقصر لا محالة من ح ك ويكون نسبة ر ك الى ك ل اعنى ر ط
الى ح ط بل نسبة ه الى د اعظم من نسبة ر ك الى ح ك اعنى العمود الخارج
من المركز الى العمود الخارج من راس المخروط ∴ نسبة سطح المخروط
الى قاعدته كنسبة ضلعه الى نصف قطر قاعدته فنقول نسبة سطح المخروط الى دائرة ا كنسبة
ه الى ب ولتكن ه مناسب الخطين د ح فيما بينهما وهو نصف قطر دائرة د
فدائرة د مساوية لسطح المخروط كما مر فى الشكل المتقدم ونسبة دائرة د الى



دائرة ا كنسبة مربع ه الى مربع
ب بل كنسبة ه الى ب وذلك
ما اردناه ∴ اذا كان مخروط قائم وقطعه سطح موازٍ لقاعدته فلسطح

المستدير الواقع من محيطي بينهما يساوي دايرة يكون نصف قطرها مناسبا
لضلع القطعة من المخروط الواقع بينهما والخط المساوي لنصفي قطري
الدايرتين معا فيما بينهما فليكن المخروط هو الذي على سهمه مثلث ا ب ح
وسهمه د ح وليقطعه سطح مواز لقاعدته يقطع المثلث على ى ه
ونرسم دايرة يكون نصف قطرها مناسبا للخط ا ى والخط المساوي لمجموع
ى د ا ح فيما بينهما وهي دايرة ط فنقول انها مساوية لما بين ى ه ا ح
من السطح المستدير المخروطي ونرسم دايرة يقوى نصف قطرها على
سطح ب ى في ى ر في ى د وهي دايرة ك واخرى تقوى نصف قطرها
على سطح د ا في ا ح وهي دايرة ل فدايرة ل يساوي سطح مخروط ا
ح ودايرة ك يساوي سطح مخروط ى ه لما مر في الشكل السابع عشر
وسطح د ا في ا ح يساوي سطحي ب ى في ى د وا ى في مجموع ى د وا ح
لان ى ر يوازي ا ح وبما ذكرنا ان ذلك فلان مربع نصف قطر دايرة
ل يساوي سطح د ا في ا ح ومربع نصف قطر دايرة ك يساوي سطح ب ى
في ى د ومربع نصف قطر دايرة ط يساوي ا ى في مجموع ى د وا ح يكون
مربع نصف قطر دايرة
ل مساويا لمربعي نصفي
قطري دايرتي ط ك

ونسب الدواير نسب مربعات اقطارها فدايرة ل يساوي دايرتي ط ك
لكن دايرة ل يساوي سطح مخروط ا ح ودايرة ك يساوي سطح مخروط
ى ه يبقى ما بين السطحين المتوازيين اللذين على ى ه ا ح من بسيط المخروط
مساويا لدايرة ط وذلك ما اردناه اقول كون ى د موازيا لا ح يقتضي
ان يكون سطح ت ا في ا ح مساويا لسطحي ب ى في ى د وا ى في مجموع ى د
وا ح لان ذلك يقتضي ان يكون نسبة د ى الى ى ر كنسبة ب ا الى ا ح
فب ى في ا ح يساوي ب ا في ى د اعني ب ى في ى د وا ى في ى د ونجعل ا ى
في ا ح مشتركا فيصير ب ا في ا ح مساويا لب ى في ى د وا ى في ى د وا ح
جميعا تذكرة المخروطات القايمة ان تساوت ارتفاعاتها كانت
على نسب قواعدها وان تساوت قواعدها كانت على نسب ارتفاعاتها
وان كانت متساوية كانت قواعدها متكافية لارتفاعاتها وان كانت
متشابهة اى كانت اقطار قواعدها على نسب ارتفاعاتها كانت على
نسب اقطار القواعد مثلثة بالتكرير والاسطوانة القايمة اذا قطعها
سطح مواز لقاعدتها باسطوانتين كانتا على نسبة سهميهما سهماها على
نسبة مخروطيهما المستدير من جميع ذلك مما نبينه القدماء
اذا كان مخروطان قايمان وكان سطح احدهما مساويا لقاعدة
الاخر وارتفاع الاخر مساويا للعمود الواقع من مركز قاعدة الاول

على ضلع من اضلاعه فهما متساويان فليكن المخروطان مخروطي ا ب ج
ه ز د وليكن قاعدة ا ب ج مساوية لسطح مخروط ز ه د وارتفاع ا ح
مساويا للعمود ط ك الواقع من مركز ط على ضلع ز ه نقول فهما متساويان
وذلك لان نسبة سطح مخروط ز ه د اعني قاعدة ا ب ج الى قاعدة مخروط
ز ه د كنسبة ه ز الى ز ط لما مر في الشكل الثامن عشر اعني نسبة ه ط
الى ط ك لكون مثلثي ه ز ط
ه ط ك متشابهين بل نسبة
ه ط الى ا ح المساوي لط
ك فنسبة قاعدة مخروط ا ب ج الى قاعدة مخروط ز ه د كنسبة ه ط
ارتفاع مخروط ز ه د الى ا ح ارتفاع مخروط ا ب ج على التكافي فاذن
هما متساويان وذلك ما اردناه كل معين مجسم مركب من مخروطين
قائمين فانه مساو لمخروط قاعدته مساوية لسطح احد مخروطي المعين
وارتفاعه مساو للعمود الواقع من راس الاخر منهما على ضلع من اضلاع
الاول فليكن المعين المذكور معين ا ب د ج وقطر قاعدته ب ج وارتفاعه
د ا وليكن قاعدة مخروط ح ط ك مساوية لسطح مخروط ا ب ج وارتفاعه
و هو ط ك مساو لعمود د ز الخارج من د على ضلع ا ب بعد اخراجه على
الاستقامة نقول فمخروط ح ط ك مساو للمعين المذكور ولكن

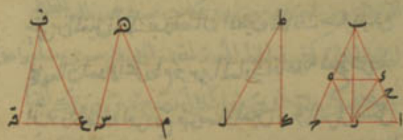
كا

م د ت ر مخروطا اخر قائما قاعدته مساوية لقاعدة مخروط ا ب ج وارتفاعه
وهو ح ع مساو لا ز فلان نسبة مخروط م د الى مخروط ب د ج المتساويي
القاعدتين كنسبة ح ع الى ا ه ونسبة معين ا ب د ج الى مخروط ب د ج
كنسبة ا د الى ا ه اعني ح ع الى ا ه يكون مخروط م د س ر مساويا
لمعين ا ب د ج ولان نسبة سطح مخروط ا ب ج الى قاعدته كنسبة ا ب
الى ب ه لما مر في الشكل الثامن عشر وهي كنسبة ا د الى د ز لكون مثلثي
ا ب ه ا د ز متشابهين اعني نسبة ح ع المساوي لا ز وهو ارتفاع مخروط
م د س ر الى ط ك المساوي لد ز وهو ارتفاع مخروط ح ط ك وايضا كنسبة
قاعدة مخروط ح ط ك الى قاعدة مخروط م د س ر لكونهما مساويين لهما
يكون مخروطا م د س ر ح ط ك اللذان قاعدتاهما مكافئتان لارتفاعهما
متساويين فاذن مخروط ح ط ك مساو لمعين ا ب د ج وذلك ما اردناه
اذا كان مخروط قائم وقطع بسطح مواز لقاعدته وعمل على
الدائرة التي تحدث في موضع القطع مخروط اخر قائم راسه مركز قاعدة
المخروط الاول ونقص من المخروط الاول المعين المجسم الذي يحدث

١٦٠

كب

من ذلك فان الذي يبقى من المخروط الاول مساو لمخروط قايم قاعدته
مساوية للسطح المستدير الواقع بين السطحين المتوازيين من محيط المخروط
وارتفاعه مساو للعمود الواقع من مركز قاعدة المخروط الاول على احد
اضلاعه فليكن ا ب ج المخروط و د مركز قاعدته وليقطعه سطح على ز ه ى
ليعمل على الدائرة التي قطرها ز ه مخروطا قائما راسه ب فيكون معين ب ز ه
د ه المجسم مركبا من مخروطين قائمين وليكن ط ك ل مخروطا قاعدته مساوية
لما بين دائرتي ز ه ا ج من السطح المحيط بمخروط ا ب ج وارتفاعه مساو
لعمود د ح الخارج من مركز د على ضلع ا ب فنقول اذا نقص من مخروط ا ب ج
معين ب ز د ه كان ما يبقى منه مساويا لمخروط ط ك ل وليكن مخروطان
احدهما مخروط م س ر وليكن قاعدته مساوية لسطح مخروط ا ب ج و
ارتفاعه مساويا لـ د ح فيكون مساويا لمخروط ا ب ج لما مر في الشكل العشرين
والاخر مخروط ع ف ق وليكن قاعدته مساوية لسطح مخروط ب ز ه وارتفاعه
مساويا لـ د ح فيكون مساويا لمعين ب ز د ه لما مر في الشكل المتقدم و
لان سطح مخروط ب ز ه من جميع سطح مخروط ا ب ج مساو لقاعدة مخروط
ع ف ق والباقي منه مساو لقاعدة مخروط ط ك ل يكون قاعدة مخروط
م س ر مساوية لمجموع قاعدتي مخروطي ط ك ل ع ف ق وارتفاعات
هذه المخروطات الثلثة متساوية فمخروط م س ر مساو لمخروطي ط ك



ل ع ف ق وكان مخروط م س ر مساويا لمخروط ا ب ج ومخروط ع ف
ق مساويا لمعين ب ز د ه فيبقى مخروط ط ك ل مساويا لما يبقى من مخروط
ا ب ج بعد نقصان المعين المجسم منه وذلك ما اردناه ~~ اذا
كان معين مجسم مركب من مخروطين قائمين وقطع احد مخروطيه سطح موازٍ
لقاعدتيهما وعمل على الدائرة الحادثة بالقطع مخروط قايم راسه راس
المخروط الاخر من المعين ونقص من المعين الاول هذا المعين الحادث
كان الباقي من المعين الاول مساويا لمخروط قايم قاعدته مساوية
للسطح المستدير الذي وقع بين السطحين المتوازيين وارتفاعه
مساو للعمود الواقع من راس المخروط الاخر على ضلع من اضلاع المخروط
المقطوع بالسطح فليكن ا ب ج د المعين الاول وليقطع مخروط ا ب ج
سطح مواز لقاعدة ا ج على ز ه وليعمل على دائرة ه ز مخروط راسه نقطة د
فيكون ب ه د ز المعين الحادث وليكن ط ك ل مخروطا قاعدته مساوية
لما بين سطحي ه ز ا ج من محيط مخروط ا ب ج وارتفاعه مساو لعمود د ح
الخارج من د على ضلع ب ا المخرج فنقول مخروط ط ك ل مساو لما

يبقى من المعين الاول بعد نقصان المعين الحادث منه فليكن
مخروطان احدهما مخروط م د س المساوي قاعدته لسطح مخروط
ا ب ح وارتفاعه لعمود د ح فهو مساو لمعين ا ب ح لما مر في الشكل
الحادي والعشرين والاخر مخروط ع ف ق المساوي قاعدته لسطح مخروط
ب ه د وارتفاعه لعمود د ح وهو مساو لمعين ب ه د ن الحادث ولان
سطح مخروط ب ه د من جميع سطح مخروط ا ب ح مساو لقاعدة مخروط
ع ف ق والباقي منه مساو لقاعدة مخروط ط ك ل والمجموع مساو
لقاعدة مخروط م د س وارتفاعات الثلثة واحدة يكون قاعدة
مخروط م د س مساوية لقاعدة الباقيين بل هو مساو لهما جميعا
ولكن مخروط م د س مساو لمعين ا ب ح د ولمعين ا ب ح د ومخروط
ع ف ق مساو لمعين ب ه د و يبقى مخروط ط ك ل مساويا لما يبقى
من المعين الاول بعد نقصان المعين الحادث عنه وذلك ما
اردناه ٭ اذا كان في دائرة شكل متساوي الاضلاع عدد
اضلاعه زوج ووصلت بين اطراف الاضلاع بخطوط موازية للخط
الواصل بين طرفي ضلعين متجاورين كانت نسبة جميع تلك الخطوط
الى قطر الدائرة كنسبة الخط الموتر لنصف الاضلاع سوى ضلع واحد الى ضلع
واحد فليكن دائرة ا ب ح د فيها شكل ا ه د ب ح ط ح م د ل ك المتساوي
الاضلاع وعدد اضلاعه اثنا عشر ونصل خطوط ه ك د ل ب ح ه
ط م فظاهر انها متوازية موازية له ك ونصل ح ه نقول فنسبة
جميعها الى القطر كنسبة ح ه الى ه ا ونصل د ك ب ل ح د ط ه د ب
متوازية وموازية لخطي ه ا ح م ونسبة ه س الى س ا كنسبة ك ع
س الى س ع و د ف الى ف ع كل ف ق و ب د الى د ق كذلك وح
الى ت ث كذلك الى
ت ث و ط خ الى خ
م الى خ ح ونسبة
جميع المقدمات اعني
ه ك والخطوط الموازية
لها جميعا الى جميع
التوالي اعني قطر ا ح كنسبة مقدم واحد وليكن س ا الى تال واحد
وليكن س ا وهي كنسبة ح ه الى ه ا وذلك ما اردناه ٭ اذا
كان في قطعة دائرة شكل كثير الاضلاع اضلاعه سوى القاعدة

٣٨

متساوية وعددها زوج ووصلت بين اطرافها بخطوط موازية للقاعدة كانت نسبة جميع تلك الخطوط مع نصف القاعدة الى الارتفاع القطعة كنسبة الخط الواصل بين طرف القطر وطرف ضلع يلي طرفه الاخر الى ضلع واحد فليكن في قطعة ا ب ج من دائرة ا ب ج د شكل ا ه ز ح ط ج واضلاعه سوى قاعدة ا ج ستة وهي متساوية ونصل ا ح

ه ط موازيين لا ج ونصل ز د ه ل فنقول فنسبة جميع ز ح ه ط ا س الى ب س كنسبة ز د الى د ب ونصل ه ح ا ط فيكونان موازيين لـ ب د

ويكون نسبة ك ز الى ك ب

كنسبة ح ك الى ك ل وه م

الى م ك كط م الى م ن وكا س

الى س د والمقدمات الى

التوالي اعني جميع ز ح ه ط

ا س الى ب س كـ ك ب الى ك



د بل كـ ز د الى د ب وذلك ما اردناه اذا رسم في دائرة عظيمة يقع كرة كدائرة ا ب ج د شكل متساوي الاضلاع يكون لعدد اضلاعه ربع واخرج فيها قطران متقاطعان على قوايم يمران باطراف الاضلاع كقطري ا ج ب د واثبت احدهما وليكن قطر ا ج وادبرت الدائرة

ح

مع الشكل كان ظاهرا ان محيطها يرسم بسطح الكرة وان نقط زوايا الشكل سوى نقطتي ا ج ترسم على سطح الكرة دواير متوازية سطوحها قايمة على سطح دائرة ا ب ج د واقطارها موازية لـ ب د

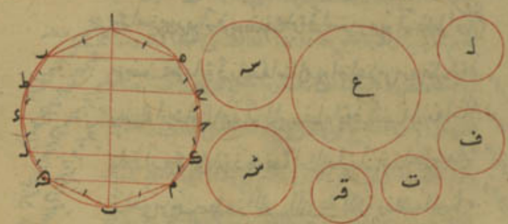


وان ضلعي ا ز ا ه يرسمان مخروطا مستديرا قاعدته الدائرة التي قطرها ز ه وراسها ا وضلعي ز ح ه ط يرسمان قطعة من مخروط قاعدته الدائرة التي قطرها ح ط وراسها ملتقى ح ز ط ه اذا اخرجا ويلقاهما قطر ج ا ايضا هناك وان ضلعي ح ب ط د يرسمان مثل ذلك ويكون القاعدة دائرة ب د العظيمة وكذلك في النصف الاخر فيحدث في الكرة شكل مجسم مؤلف من قطع مخروطات ويكون سطح ذلك المجسم اصغر من سطح الكرة لان الدائرة التي قطرها ب د تنصف الكرة ويقع في كل جانب منه عميق محيط هو نصف سطح الكرة وعميق محاط به مؤلف من قطع سطوح مخروطات ويتحد اطرافها عند محيط تلك الدائرة والمحيطان اعني سطح الكرة يكون اعظم من المحاط بهما اعني سطح المجسم وذلك ما اردناه ان نصف ...

١٦٣

كون الاضلاع زوجا ظاهر وانما جعل العدد ها اربعا ليكون جميع
السطوح من سطوح المخروطات والا لكان السطح الذي يرسمه الضلع
المتوسط الذي تمر قطرت ء بمنتصفه ونظيره سطحا اسطوانيا ه
الباقية مخروطات وذلك لا يصلح لما نقصده ولم يبدأ بحق هذا
الشكل في اشكال الكتاب سماه مقدمة لتوطئته ما بعدها وقدم
ذكر الشكل فيما اورد ثم لايضاح المصادرات ونعود الى المتن قال ⁂
ونقول ايضا ان سطح هذا المجسم المذكور الذي في الكرة يساوي الدائرة
التي يقوى نصف قطرها على سطح احد الاضلاع الواقعة في الدائرة العظيمة
في جميع الخطوط الواصلة بين اطراف الاضلاع على موازاة الواصلة
بين طرفي ضلعين متجاورين منها فليكن ا ب ج د من اعظم دوائر الكرة و
لنرسم فيها شكلا كما وصفنا وفي الكرة بادارتها مجسما كما وصفنا ونصل
ه د على موازاته خطوط ح ط ج ز ك ل م هـ ولتكن نصف قطر دائرة
ش قويا على سطح ا ه في جميع ه ز ح ط ج ز ك ل م هـ نقول فهي تساوي
سطح المجسم المذكور وليقو نصف قطر دائرة ع على سطح ا ه في نصف ه د
ونصف قطر دائرة ف على سطح ا ه في نصف ه ز ح ط ونصف قطر دائرة
ق على سطح ا ه في نصفي ح ط ج ز ونصف قطر دائرة د على سطح ا ه في
نصفي ج ز ك ل ونصف قطر دائرة ش على سطح ا ه في نصفي ك ل م هـ ونصف
قطر

قطر دائرة ت على سطح ا ه في نصف م د فيكون دائرة ع مساوية لسطح مخروط
ا ه د لما مر في الشكل السابع عشر ودائرة ف لسطح البعض الواقع بين ه ز
ح ط من المخروط لما مر في الشكل التاسع عشر ودائرة ق للذي بين ح ط
ج ز ودائرة د للذي بين ج ز ك ل ودائرة ش للذي بين ك ل م هـ
ودائرة ت لسطح مخروط م ب ه والدوائر الست جميعا لجميع سطح



المجسم وقد تبين ان انصاف اقطار هذه الدوائر تقوى على سطح ا ه في
ه د والموازية له جميعا ودائرة س كانت تقوى اقطارها على سطح ا ه فيها
جميعا فاذن دائرة س مساوية لسطح ذلك المجسم وذلك ما اردناه
⁂ وايضا سطح هذا المجسم الذي في الكرة اصغر من اربعة امثال
اعظم دائرة تقع في الكرة فليكن دائرتها العظيمة التي رسم فيها الشكل
المتساوي الاضلاع اولا دائرة ا ب ج د ونصل ا م والخطوط الموازية
لها وهي ح ك ب ز ك ه ـ ولتكن نصف قطر دائرة ق قويا على

١٦٣

سطح اه فيها جميعا فيكون دايرة ق مساوية لسطح الجسم كما تبين في الشكل

المتقدم ولان نسبة هذه الخطوط جميعا الى قطر اح كنسبة ح ه الى اه

كما تبين في الشكل الرابع والعشرين فسطح اه في جميع هذه الخطوط المساوي

لمربع نصف قطر دايرة ق مساو لسطح اح في ح ه وسطح اح في ح ه اصغر

من مربع اح فمربع نصف دايرة ق اصغر من مربع اح في ح ه وسطح اح في

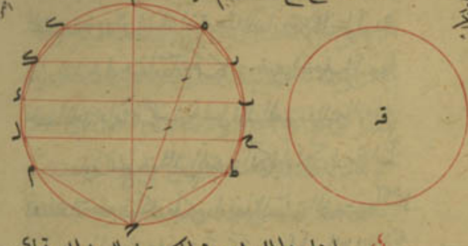
ح ه اصغر من مربع اح فمربع نصف دايرة ق اصغر من مربع اح فقطر اح اعظم

من نصف قطر دايرة ق وارىعة امثال مربع اح اعظم من مربع قطر دايرة ق

ونسبة اربعة امثال مربع اح الى مربع قطر دايرة ق كنسبة اربعة امثال

دايرة اب ح د الى دايرة ق فاربعة امثال دايرة اب ح د اعظم من دايرة

ق اعني من جميع سطح هذا الجسم الذي في الكرة وذلك ما اردنا ه



الط

وايضا هذا الجسم الذي في الكرة مساو للمخروط الذي تساوي

دايرة قاعدته سطح هذا الجسم وارتفاعه العمود الواقع من مركز الكرة

على احد اضلاع الشكل المتساوي الاضلاع المذكور فليكن اعظم دايرة

يقع في الكرة اب ح د ومركزها خ وساير ما ذكرنا على حاله وليكن ق مخروطا

قايما قاعدته مساوية لسطح الجسم الذي في الكرة وارتفاعه العمود المذكور

فنقول مخروط ق مساو للجسم المذكور ولنعمل على الدواير التي اقطارها

خطوط د ح م ط ل ك مخروطات رؤسها مركز الكرة فالمعين

المجسم المركب من مخروطين قاعدتهما الدايرة التي قطرها د ح ورأسهما

اخ مساو للمخروط الذي قاعدته مساوية لسطح مخروط را ح وارتفاعه

للعمود الواقع من نقطة خ على خط ار لما مر في الشكل الحادي والعشرين

والتمم الفضلة الباقية من المعين المجسم التي يحيط بها السطح المخروطي

الذي بين السطحين المتوازيين المارين بـ ح م وسطحي مخروطي خ ح م

ح خ م مساوية للمخروط الذي قاعدته مساوية لما بين السطحين المتوازيين

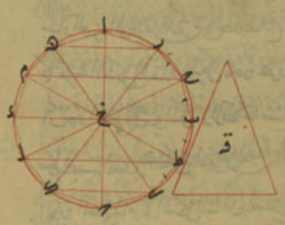
المارين بـ ح م د

ارتفاعه مساو للعمود

الواقع من نقطة خ على

خط ر ح لما بين في

الشكل الثالث والعشرين

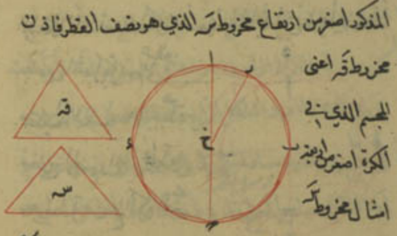


والتمم الفضلة الباقية من المخروط التي يحيط بها السطح المخروطي

الواقع بين السطحين المتوازيين المارين ع م ب د وسطح مخروط م خ ح
ودايرة ب د مساوية للمخروط الذي قاعدته مساو للسطح المخروطي
الواقع بين سطحي ح م ب د وارتفاعه مساو للعمود الواقع من نقطة خ
على خط ح ب لما بين في الشكل الثاني والعشرين وكذلك في النصف
الاخر من الكرة وجميع المجسم الكري هو هذه المخروطات وهذه المخروطات
مساوية لمخروط ق لان الارتفاعات كلها متساوية وقاعدة مخروط
ق مساوية لجميع القواعد فاذن المجسم الكري المذكور الذي في
الكرة مساو لمخروط ق وذلك ما اردناه ∴ واقول ان المجسم المذكور
الذي في الكرة اصغر من اربعة امثال مخروط قاعدته مساوية لاعظم
دايرة يقع في الكرة وارتفاعه مساو لنصف قطر الكرة فليكن مخروط
ق مساويا للمجسم الكري وهو الذي قاعدته مساوية لسطحه وارتفاعه
مساو للعمود الواقع من المركز على احد اضلاع الشكل المتساوي الاضلاع
كما مر في الشكل المتقدم وليكن قاعدة مخروط س مساوية لدايرة
ا ب ح د العظمى التي في الكرة وارتفاعه مساويا لنصف قطرها فلان
سطح المجسم الذي في الكرة اصغر من اربعة امثال قاعدة مخروط س
الدايرة العظمى لما مر في الشكل الثامن والعشرين يكون قاعدة ق اصغر
من اربعة امثال قاعدة مخروط س وارتفاع مخروط ق الذي هو العمود

المذكور

المذكور اصغر من ارتفاع مخروط س الذي هو نصف القطر فاذن
مخروط ق اعني المجسم الذي في الكرة اصغر من اربعة امثال مخروط س



وذلك ما اردناه ∴ ٤٠ اذا رسم على دايرة عظيمة يقع في الكرة
كدايرة ا ب ح د شكل متساوي الاضلاع يكون لعدد اضلاعه ربع
ورسم على الشكل دايرة عليها ه ط ح ر ويكون مركز الدايرتين لا محالة
مركز الكرة واخرج فيهما قطران يتقاطعان يمران باطراف الاضلاع
وهما ه ح ر ط واثبت قطر ه ح وادير الدايرتان والشكل حول قطر ه ح
ان دايرة ا ب ح د ترسم بسطح الكرة ودايرة ه ر ح ط ترسم بسطح كرة اخرى مركزها
مركز الكرة الصغرى وان النقط التي عليها تماس الشكل الدايرة
ترسم على الكرة الصغرى دواير قايمة على سطح دايرة ا ب ح د على قوايم وان
نقط الزوايا ترسم على الكرة العظمى دواير قايمة على سطح دايرة ه ر ح ط
ايضا على قوايم وان اضلاع الشكل تقطع من المخروطات يشبه خلقتها
خلقة المجسم المذكور الذي في الكرة فيكون مجسما كريا في الكرة العظمى
وعلى الكرة الصغرى وليكن ك ر نقطتين عليهما تماس الشكل الدايرة.

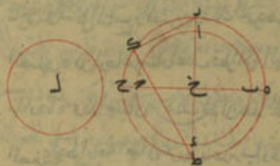
١٦٦

الداخلة فاذا قسمت الكرة الصغرى بالدائرة التي قطرها خط كـ ز
بقسمين اشتمل كل قسم على عمقين
متحدي الاطراف احدهما محيط هو
سطوح الجسم والاخر محاط به
وهو قطعة من سطح الكرة الصغرى
والاطراف المتحدة هي الدائرة القاسمة ويكون كل واحد من المحيطين
اعظم من كل واحد من المحاط بهما فسطح الجسم الكري اعظم من سطح
الكرة الصغرى اولا ولم يعد في تحرير اسحق هذا الشكل في اشكال
المقالة بل سمي مقدمة لتوطئة ما بعدها سطح الجسم الذي على الكرة
الموصوف مساو للدائرة التي يقوى نصف قطرها على سطح احد
الاضلاع المتساوية في جميع الخطوط الواصلة بين زوايا الشكل
المتساوي الاضلاع الذي على الدائرة الموازية للخط الذي
يوتر ضلعين متجاورين منها وذلك لانه معمول في الكرة العظمى
وقد بان هذا الحكم في الجسم المعمول في الكرة والجسم في الحالتين واحد

كط وايضا سطح الجسم الذي على الكرة اعظم من اربعة امثال
اعظم دائرة يقع على الكرة ولتكن الكرة والدائرة وسائر ما وصفنا
بحالها ولتكن دائرة ل مساوية لسطح الجسم المحيط بالكرة الصغرى

فرض

فلان في دائرة ه ح ط شكل متساوي الاضلاع اضلاعه زوج
يكون نسبة الخطوط الواصلة بين زواياه الموازية لرط الى ط كنسبة
ط ك الى ك ر لما مر في الشكل الرابع والعشرين فسطح احد الاضلاع
في جميع تلك الخطوط مساو لسطح ر ط في ط ك ويكون نصف قطر دائرة
ل في القوة مساويا لسطح ر ط في ط ك لما مر في الشكل السابع و
العشرين الذي هو اعظم من مربع ط ك فيكون نصف قطر دائرة
ل اعظم من ط ك وط ك مساو لقطر دائرة ا ب ح د لان ط ك ضعف
خ د وخ د نصف
قطر دائرة ا ح د
فاذن سطح الجسم الذي
على الكرة الذي هو



مثل دائرة ل اعظم من اربعة امثال اعظم دائرة يقع في تلك الكرة و
ذلك ما اردناه اقول لبيان ان ط ك ضعف خ د خطا يخرج من
خ الى النقطة التي عليها يماس ر ك دائرة ا ب د ح فيكون المثلث الحادث
من نصف ضلع ر ك وخط ر خ وذلك الخط شبيها بمثلث ر ط ك لكون
زاوية ر بينهما مشتركة وزاوية النقطة وزاوية ك قائمتين ويكون
نسبة الخط الخارج الواصل من خ الى النقطة الى نصف ر ك كنسبة

طـ ع الى ىـ ك فيكون الخط الواصل مساو لنصف طـ ك وهو مساو
لخط خ ر فاذن طـ ك ضعف خ ر وسيذكر هذا المعنى صريحًا في المتن
ايضًا في الشكل الثاني والاربعين ٭ وايضًا الجسم الذي على الكرة
يباري مخروطا دايرة قاعدته مساوية لسطح ذلك الجسم وارتفاعه
مساو لنصف قطر الكرة وذلك لان ذلك الجسم يقع في الكرة العظمى
ويكون ح مساويًا لمخروط قاعدته مساوية لسطح ذلك الجسم وارتفاعه
مساو لعمود يقع من مركز الكرة على احد اضلاع الشكل المتساوي الاضلاع
لما بين في الشكل التاسع والعشرين وذلك العمود هو نصف قطر الكرة
الصغرى فاذن ارتفاعه مساو لنصف قطر الكرة التي عليها الجسم وذلك
ما اردناه وقد استبان من ذلك ايضًا ان هذا الجسم الذي على الكرة
الصغرى اعظم من اربعة امثال مخروط قاعدته يباري اعظم دايرة يقع في
تلك الكرة وارتفاعه مساو لنصف قطر الكرة لان سطح الجسم اعظم
من اربعة امثال اعظم دايرة يقع في الكرة الصغرى كما بين في الشكل
المتقدم فاذن الجسم المساوي لمخروط قاعدته مساوية لسطحه وارتفاعه
مساو لنصف قطر الكرة اعظم من مخروط قاعدته اربعة امثال اعظم
دايرة يقع في الكرة الصغرى وارتفاعه نصف قطرها اذ كانت القاعدة
ههنا اعظم من القاعدة هناك والارتفاعان متساويان اقول

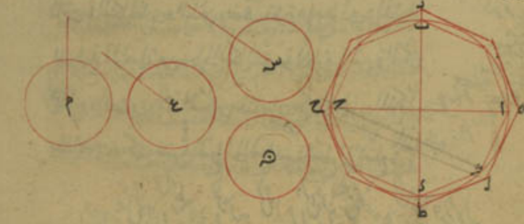
عظم

ما

مقدمات هذا الشكل ولم يعده اسحق بل جعله تذنيبًا لما تقدم ٭
اذا عمل في كرة وعليها مجسمان كما ذكرنا كانت نسبة سطح الجسم الذي
عليها الى سطح الجسم الذي فيها كنسبة ضلع الشكل المتساوي الاضلاع الذي
على الدايرة العظمى الواقعة على الكرة الى ضلع الشكل المتساوي الاضلاع
الذي فيها مثناة بالتكرير ونسبة الجسم الذي عليها الى الجسم الذي
فيها كتلك النسبة ايضًا مثلثة بالتكرير فليكن ا ب ح د الدايرة العظمى لكرة
ولنرسم عليها وفيها شكلان متساويا الاضلاع لعددها ربع وليكن قطرا
ه ح د ط لدايرة يحيط بالشكل الذي عليها متقاطعين على قوايم وواصلين
بين الزوايا وا ح د ب منهما قطري دايرة ا ب ح د فلنرسم المجسمان والكرة
حول قطره ح كما مر ونقول ان نسبة سطحيهما كنسبة ه ك الى ك م مثناة
ونسبتهما كنسبتها مثلثة ولتكن دايرة م مساوية لسطح الجسم الذي
على الكرة ودايرة ن لسطح الجسم الذي فيها ونصف قطر م يقوى على سطح
ه ك في الخطوط المتوازية الواصلة بين زوايا الشكل الذي على الدايرة
لما بين في الشكل الحادي والثلثين ونصف قطر ن على سطح ا ك في الخطوط
المتوازية الواصلة بين زوايا الشكل الذي في الدايرة لما بين في الشكل
السابع والعشرين ولان الشكلين متشابهان يكون السطحان المذكوران
متشابهين ويكون نسبة السطح الى السطح نسبة الضلع الى الضلع في القوة

١٢٨

وهي كنسبة نصفي قطري د ابر في م هـ في القوة فيكون نسبة قطري الدائرتين
كنسبة ضلعي الشكلين ونسبة الدائرتين كنسبة القطرين مثناة بالتكرير
والدائرتان مساويتان لسطحي المجسمين فاذن نسبة سطح المجسم الذي على
الكرة المحيط بالمجسم الذي فيها كنسبة ه ك الى اك مثناة ونعمل مخروطين
عليهما س ع وليكن قاعدة مخروط س مساوية لدائرة م وقاعدة
مخروط ع مساوية لدائرة هـ وارتفاع مخروط س مساويا لنصف قطر الكرة
وارتفاع مخروط ع مساويا للعمود الواقع من مركزها على اك فمخروط
س مساو للمجسم الذي على الكرة لما تبين في الشكل الثالث والثلثين
ومخروط ع للمجسم الذي في الكرة لما تبين في الشكل التاسع والعشرين
ولان المتساويي الاضلاع متشابهان يكون نسبة ه ك الى ا
ك كنسبة نصف قطر الكرة الى العمود الواقع من مركز الكرة على ا ك
فنسبة ارتفاع مخروط س الى ارتفاع مخروط ع كنسبة ه ك الى ا ك
الذي هو كنسبة قطر دائرة م الى قطر دائرة ه اعني قطر قاعدة مخروط



س الى قطر قاعدة مخروط ع فالمخروطان متشابهان نسبة مخروط س
الى مخروط ع كنسبة قطر دائرة قاعدة مخروط س الى قطر دائرة قاعدة
مخروط ع بل كنسبة قطر دائرة م الى قطر دائرة ه اعني كنسبة ه ك
الى اك مثلثة وذلك ما اردناه اقول اذا وصلنا ح ك ح ك كان مثلثا
ح ك ح ك ا متشابهين لنسبة ح ه الى ح ك كنسبة ح ا الى ح ك وسطح
ه ح في ح ك مثله سطح ا ح في ح ك فيكون نسبة سطح ح ه في ح ك
الذي يساوي سطح المجسم الذي على الكرة المحيط ح ا في ح ك الذي
يساوي سطح المجسم الذي في الكرة كنسبة ح ه الى ح ا في القوة بل كنسبة
ه ك الى ا ك مثناة وهذا بيان قوله نسبة السطحين مثناة ⁂ سطح

١٦٩ لب

كل كرة اربعة امثال اعظم دائرة تقع فيها فلتكن كرة ودائرة ا اربعة امثال
اعظم دائرة تقع فيها فنقول ان دائرة ا تساوي سطح تلك الكرة فان لم
يكن كذلك فهي اما اصغر واما اعظم منه وليكن اولا اصغر فسطح الكرة
والدائرة مقداران مختلفان اعظمهما سطح الكرة ونجعل نسبة خط
ب الى خط د اصغر من نسبة اعظمهما الى اصغرهما كما مر في الشكل الثاني
ولنتوهم ... فيما بينهما ونصف الكرة بسطح يمر بمركزها فيحدث على سطحها
دائرة ه ح ط ونعمل عليها وفيها شكلين متساويي الاضلاع كما ذكرنا
يكون نسبة ضلع الذي عليها الى ضلع الذي فيها اصغر من نسبة ب

الى ء كما مر في الشكل الثالث ونسبة الضلع الى الضلع مثناة اصغر من
نسبة ب الى ء مثناة اعني من نسبة ب الى ح ونعمل على الكرة وفيها
مجسمين كما ذكرنا في الشكلين السادس والعشرين والحادي والثلثين
فيكون نسبة سطح المجسم الذي عليها الى سطح المجسم الذي فيها كنسبة
الضلع الى الضلع مثناة كما مر في الشكل المتقدم واصغر من نسبة ب الى
ح وكانت نسبة ب الى ح اصغر من نسبة سطح الكرة الى دائرة ا فنسبة
سطح المجسم الذي على الكرة الى سطح المجسم الذي فيها اصغر من نسبة سطح
الكرة الى دائرة ا وسطح المجسم الذي على الكرة اعظم من سطح الكرة لما م
في الشكل الحادي والثلثين فسطح المجسم الذي فيها اعظم من دائرة ا
التي هي مساوية لاربعة امثال اعظم دائرة تقع في الكرة وقد بان في
الشكل الثامن والعشرين ان سطح المجسم الذي فيها اصغر منها هذا خلف
ثم ليكن دائرة ا اعظم من سطح الكرة ونجعل نسبة ب الى ح اصغر من
دائرة ا الى سطح الكرة ونجد متناسبات فيما بينهما ونرسم الشكلين الموصوفين
على وجه يكون نسبة ضلع الذي على الدائرة الى الضلع الذي فيها اصغر
من نسبة ب الى ء فيكون نسبة الشكل الذي عليها الى الذي فيها
اصغر من نسبة ب الى ح ونعمل المجسمين على الكرة فيكون نسبة سطح
المجسم الذي عليها الى سطح المجسم الذي فيها اصغر من نسبة ب الى ح

على

التي هي اصغر من نسبة دائرة ا الى سطح الكرة فنسبة سطح المجسم الذي
عليها الى سطح المجسم الذي فيها اصغر كثيرا من نسبة دائرة ا الى سطح الكرة
وكان سطح المجسم الذي عليها اعظم من دائرة ا فيلزم ان يكون سطح المجسم
الذي فيها اعظم
من سطح الكرة هف
لما مر في الشكل
السادس والعشرين
وانا لم يكن دائرة
ا با اصغر ولا اعظم
من سطح الكرة فهي مساوية له فاذن سطح الكرة يساوي اربعة امثال
اعظم دائرة تقع فيها وذلك ما اردناه ∴ كل كرة فانها اربعة امثال
مخروط قاعدته مساوية لاعظم دائرة تقع في تلك الكرة وارتفاعه مساو
لنصف قطر تلك الكرة فليكن ا ب ح ء اعظم دائرة تقع في كرة ما ومخروط
قاعدته اربعة امثال دائرة ا ب ح ء وارتفاعه مثل نصف قطر الكرة
فان لم تكن الكرة مساوية لمخروط ر فهي اما اعظم منه واما اصغر
وليكن اولا اعظم منه ونجعل نسبة خط ك الى خط ح اصغر من نسبة
الكرة الى مخروط ر كما مر في الثاني وليكن خطا ك ط بين ك ح على

١٧٠

لو لب

الشكل م

النسبة العددية اعني يكون فضل ك على ي مساويا لفضل ي على ط
ولفضل ط على ح ونرسم في دايرة ا ب ح د وعليها شكلين متساويي الاضلاع
يكون لعدد اضلاع كل واحد منهما ربع ويكون نسبة ضلع الذي عليها
الى ضلع الذي فيها اصغر من نسبة ك الى ي كما مر في الشكل الثالث
وليتقاطع قطرا ا ح ب د في دايرة ا ب ح د على قوايم وندير ها حول
ا ح فيحدث على الكرة وفيها مجسمان كما وصفنا في الشكلين السادس
والعشرين والحادي والثلثين فيكون نسبة المجسم الذي عليها
الى المجسم الذي فيها كنسبة الضلع الى الضلع المذكورين مثلثة
بالتكرير لما مر في الشكل الرابع والثلثين وكانت نسبة الضلع
الى الضلع اصغر من نسبة ك الى ي فنسبة المجسم الذي عليها
الى المجسم الذي فيها اصغر من نسبة ك الى ي مثلثة بالتكرير ونسبة
ك الى ح اعظم من نسبة ك الى ي مثلثة بالتكرير لما ذكره
فنسبة المجسم الذي عليها الى المجسم الذي فيها اصغر كثيرا من نسبة
ك الى ح التي هي اصغر من نسبة الكرة الى مخروط س فنسبة المجسم
الذي على الكرة الى المجسم الذي فيها اصغر من نسبة الكرة الى
مخروط س فنسبة المجسم الذي على الكرة اعظم من الكرة فالمجسم
الذي في الكرة التي يكون اعظم من مخروط س الذي قاعدته اضعف

كثيرا من نسبة ك الى ح التي هي اربعة امثال دايرة ا ب ح د و
ارتفاعه نصف قطر الكرة وقد بان في الشكل الثلثين ان المجسم الذي
في الكرة يكون اصغر من ذلك هف ثم ليكن الكرة اصغر من مخروط
س ونجعل نسبة ك الاطول الى ح الاقصر اصغر من نسبة مخروط
س الى الكرة وليكن خطا ي ط بينهما كما فرضنا ونرسم على دايرة ا ب
ح د وفيها شكلين كما وصفنا نسبة ضلع الذي عليها الى الضلع
الذي فيها اصغر من نسبة ك الى ي ونرسم المجسمين الموصوفين



فيكون نسبة المجسم
الذي على الكرة الى
الذي فيها كنسبة
الضلع الى الضلع
المذكورين مثلثة
التي هي اصغر من نسبة
ك الى ي مثلثة وهي اصغر من نسبة ك الى ح وهي اصغر من نسبة
مخروط س الى الكرة فنسبة المجسم الذي على الكرة الى المجسم الذي
فيها اصغر كثيرا من نسبة مخروط س الى الكرة والمجسم الذي على الكرة
اعظم من مخروط س الذي قاعدته اربعة امثال دايرة ا ب ح د وارتفاعه

نصف قطر الكرة لما مر في الشكل الثالث والثلثين فالجسم الذي
في الكرة اعظم من الكرة هف وانا لم يكن الكرة اعظم ولا اصغر من مخروط
ر فهي مساوية له فاذن الكرة مساوية لاربعة امثال المخروط الذي
قاعدته اعظم دائرة يقع عليها وارتفاعه نصف قطرها وذلك ما
اردناه اقول اذا انقصنا مثلث فضل ك على ح من ك وجعلناه ى
ثم نقصناه مرة اخرى من ى وجعلنا الباقي منه ط صار ك ى
ط ح على النسبة العددية المذكورة وليكن لبيان ان نسبة ك
الى ح اعظم من نسبة ك الى ى مثلثة بالتكرير نسبة ك الى ى
كنسبة ى الى د وكنسبة د الى ه واذا انقصنا ى من ك و د من ى
كان بالتفصيل نسبة فضل ك على ى الى ى كنسبة فضل ى على
الى د وبالابدال نسبة فضل ك على ى الى فضل ى على د كنسبة
ى الى د و ى اطول من د ففضل ك على ى اعني فضل ى على ط اطول
من فضل ى على د فط اقصر من د وكذلك ح اقصر من ه ونسبة ك
الى ح اعظم من نسبة ك الى ه التي هي نسبة ك الى ى مثلثة بالتكرير
قال ويتبين من ذلك ان كل اسطوانة يكون قاعدتها مساوية لاعظم
دائرة يقع في كرة وارتفاعها مساو لقطر قاعدتها فانها مثل ونصف
الكرة وسطحها مع القاعدتين مثل ونصف سطح الكرة وذلك لان تلك

الاسطوانة

الاسطوانة ستة امثال المخروط يكون قاعدته اعظم دائرة يقع في الكرة
وارتفاعه نصف قطر الكرة والكرة اربعة امثال ذلك المخروط فالاسطوانة
مثل ونصف الكرة واما ما قد بينا في الشكل السادس عشر ان سطح الاسطوانة
سوى قاعدتيها مساو لدائرة نصف قطرها مناسب لضلع الاسطوانة
ولقطر قاعدتها فيما بينهما وضلع الاسطوانة التي ذكرنا مساو لقطر قاعدتها
فيكون الخط المناسب لهما فيما بينهما مساو لكل واحد منهما و
الدائرة التي نصف قطرها مساو لقطر القاعدة يكون اربعة امثال
القاعدة فسطح الاسطوانة سوى قاعدتيها اربعة امثال اعظم دائرة يقع في
الكرة ومع قاعدتيها ستة امثالها وسطح الكرة اربعة امثالها فسطح الاسطوانة
مثل ونصف سطح الكرة ىه اذا قطع الكرة سطح لا يمر بالمركز وكانت
الدائرة العظيمة القاطعة لها على
السطح قوائم مثاله دائرة ا ه ر د



عمل في قطعة ا ب ج منها شكل
متساوي الاضلاع سوى
القاعدة عدد اضلاعه زوج
واثبت قطر ج ر وادير حوله الشكل حدث مجسم في القطعة كما وصفنا
حاله في الكرة ويكون قاعدة الدائرة التي قطرها ا ب ودراسة ج

لح
له

فظاهر ان سطح الكرة اعظم من سطح قطعة منها فانه عميق يحيط به : سطح المجسم
المذكور الذي في قطعة الكرة مساو لدائرة يقوي نصف قطرها على سطح
احد اضلاع الشكل الذي في قطعة الدائرة العظيمة في الخطوط الموترة
لقاعدتها مع نصف قاعدتها فليكن الدائرة العظيمة اح ط ويعمل
في قطعة اط ح شكل اه ط د ح المتساوي الاضلاع الزوج غير
القاعدة وليكن نصف قطر دائرة ل يقوي على سطح ضلع اه في ه د
ح ر اك جميعا فنقول انها مساوية لسطح المجسم الذي في هذه القطعة
وليقو نصف قطر دائرة م على سطح ه ك في نصف ه د فهي مساوية
لسطح المخروط الذي قاعدته ه ز ورأسه ط لما مر في الشكل السابع عشر
وليقو نصف قطر دائرة ق على سطح ح ه في نصفي ه د ح ر فيكون مساوية
لسطح المخروط الذي بين السطحين المتوازيين المارين به د ح ر كما مر
في الشكل التاسع عشر وليقو نصف قطر دائرة س على سطح اه في
نصفي ح ر اح فيكون مساوية لسطح المخروط الذي بين السطحين المارين
به ر اح فجميع دوائر م ق س مساوية لسطح المجسم وانصاف اقطارها
يقوى على سطح اه في ه د ح ر اك جميعا وكان نصف قطر دائرة
ل يقوي عليه فدائرة ل مساوية لتلك الدوائر جميعا بل سطح
المجسم الذي في قطعة الكرة : سطح المجسم المذكور الذي

لط
له

في قطعة الكرة اصغر
من دائرة نصف
قطرها مساو للخط
الخارج من راس القطعة
الى محيط قاعدتها
فليكن الدائرة العظيمة
الواقعة في الكرة ا ب ح د وقاعدة القطعة دائرة قطرها ا ب ونعمل
في القطعة من الدائرة والكرة الشكل والمجسم كما مر وليكن قطر الكرة ط ل
ونصل ل ه ط ا وليكن ط ا نصف قطر دائرة م فنقول انها اعظم من
سطح المجسم لان سطح المجسم يساوي دائرة يقوى نصف قطرها على
سطح ه ط في ه د ح ر اك جميعا كما مر في الشكل المتقدم وقد تبين في
الشكل الخامس والعشرين
ان ذلك مساو
لسطح ه ل في ك ط
وسطح ه ل في ط ك
اصغر من مربع اط
اعني من مربع نصف قطر م فاذن دائرة م اعظم من الدائرة المساوية

لسطح المجسم المذكور وذلك ما اردناه اقول انما كان ه ك في ط ك
اصغر من مربع ا ط لان ط ك في ط ك بنا في مربع ا ط و ط ك اطول
من ه ك ∴ المجسم الموصوف الواقع في قطعة الكرة الذي يحيط
قطع من سطوح مخروطات اذا ابيد عليه مخروط قاعدته قاعدة المجسم
وراسه مركز الكرة كان الجميع مساويا لمخروط قاعدته مساوية لسطح المجسم
وارتفاعه للعمود الواقع من مركز الكرة على احد اضلاع الشكل الذي
في قطعة الدائرة فليكن القطعة من الدائرة العظيمة المارة بقطعة
الكرة ا ب ح ومركز الكرة ه والشكل الذي في قطعة الدائرة ا ب ح
ط ل ح ونعمل على الدائرة التي قطرها ا ح مخروط ا ه ح وليكن قاعدة
مخروط ك مساوية لسطح المجسم وارتفاعه للعمود الخارج من ه على
احد الاضلاع فنقول انه مساو للمجسم مع مخروط ا ه ح ونعمل على دائرتي
ح ط د ك مخروطي ح ه ط د ه ك فمثلث ح ب ط ه المجسم مساو لمخروط
قاعدته سطح مخروط ح ب ط وارتفاعه العمود الخارج من ه على ما تبين
في الشكل الحادي والعشرين والقائد من المجسم الذي يحيط به السطح
المخروطي الذي عليه ر ط ك د سطحا مخروطي ح ه ط د ه ك مساو
لمخروط قاعدته السطح الذي عليه ر ط ل د وارتفاعه العمود الواقع
من ه على ر ح لما تبين في الشكل الثالث والعشرين والعدد الذي

جميع

يحيط به السطح المخروطي الذي عليه د ا ح وسطحا مخروطي ده ا ا ه ح
مساو لمخروط يساوي قاعدته السطح الذي
يحيط عليه د ا ح وارتفاعه العمود الواقع
من ه على ا ح الجميع مساو للمجسم الذي
في القطعة مع مخروط ا ه ح وقاعدة
مخروط ك مثل هذه القواعد جميعا
وارتفاعه مثل ارتفاع كل واحد منها فهو مساو للمجسم المذكور مع مخروط
ا ه ح وذلك ما اردناه ويتبين من ذلك ان المخروط الذي نصف قطر
قاعدته مساو للخط الخارج من راس قطعة الكرة الى محيط قاعدتها
وارتفاعه مثل نصف قطر الكرة اعظم من المجسم الموصوف الذي في
قطعة الكرة مع مخروط المذكور ومن المخروط المساوي لهما لان قاعدة
هذا المخروط مساوية لسطح المجسم المذكور وارتفاعه للعمود المذكور
وكل واحد منهما اصغر من نظيره في ذلك المخروط ∴ لتكن كرة
اعظم دائرة فيها ا ب ح وليقطع خط ا ب قطعة من الدائرة اقل من النصف
وليكن المركز د ونخرج منه د ا د ب ونعمل على القطاع الحادث من
شكلا متساوي الاضلاع زوجها ونعمل على الشكل دائرة يحيط به فمركزها
مركز دائرة ا ب ح ونثبت ه ك وندير الشكل ليحدث كرة

١٧٣

مجسم م

عظمى فيها محيط بقطعة من الكرة الصغرى الاولى قاعدة ذلك المجسم
الدائرة المارة بـ ب ح ويكون سطحه اعظم من سطح القطعة من الكرة الصغرى
التي قاعدتها الدائرة المارة بـ ا ب وذلك انا نخرج خطي ا م ب م مما
يلي الدائرة الداخلة فهما يسمان امكم بالادارة مع الشكل سطحا مخروطيا
ويكون المحيط المحيط الذي عليه ا م ط ه ل م ب اعظم من سطح القطعة
من الكرة الصغرى التي قاعدتها تمر بـ ب لاتحاد اطرافهما وهي محيط
الدائرة التي قطرها ا ب وكونهما في جانب واحد منهما والسطح المخروطي
الذي عليه م د ه ح اعظم من السطح المخروطي الذي عليه م ا د ب لكون
خط م د وتر القائمة اطول



من خط م ا في مثلث م د ا
فجميع سطح المجسم المحيط اعظم
من سطح قطعة ا ح ب وقد
تبين مما مر في الشكل الثاني
والثلثين ان سطح المجسم المعمول
على القطاع مساو للدائرة التي يقوى نصف قطرها على سطح احد
الاضلاع في الخطوط الموازية للقاعدة مع نصف القاعدة فان

المجسم

هذا الحكم ايضا في كرة هي الكرة العظمى اقول انما يكون مركز الدائرة

التي على الشكل من مركز دائرة ا ب ح لان الخطوط الخارجة من مركز دائرة
ا ب ح الى زوايا الشكل متساوية لكون كل واحد منها مساويا في القوة
لنصف قطر الدائرة الصغرى ونصف ضلع الشكل وانما يكون السطح
المخروطي الذي عليه م د ح ه اعظم من الذي عليه م ا ه ب لان
السطح الذي عليه م د ح مساو للدائرة التي يقوى نصف قطرها
على سطح م د في نصف مجموع خط م ه اذا وصل وخط د ح والسطح المخروطي
الذي عليه م ا د ب مساو للدائرة التي يقوى نصف قطرها على
سطح م ا في نصف مجموع م ب ا ب و د ح اطول من ا ب و م د اطول من
م ا فالسطح الاول اعظم من الثاني ولذلك يكون السطح الذي عليه
م د ح ه اعظم من السطح الذي عليه م ا ه ب ،،، سطح المجسم
المذكور المعمول على قطعة الكرة اعظم من دائرة نصف قطرها مساو
للخط الخارج من راس القطعة الى محيط قاعدتها فليكن الدائرة النقطة
المارة بالمجسم ا ح د و المركز و الشكل الذي عليها كـ د ل والدائرة
التي على الشكل والباقي كما وصفنا وليقو نصف قطر دائرة د على
سطح احد الاضلاع في الخطوط الموازية للقاعدة مع نصف قطر دائرة
جميعا وهو مساو لسطح م ط في ح ر الذي هو ارتفاع قطعة كـ د
من الكرة العظمى كما بينا في الشكل الخامس والعشرين و ح ر اطول

قاعدة كـ د

من ح ر الذي هو ارتفاع قطعة ا ء ب من الكرة الصغرى لانا اذا
وصلنا ك د ا ء كانا متساويين و ا ب مواز لـ ك ل و د ه مشترك
فمثلثا د ك ح ء ا ر متشابهين و د ك اطول من د ا فـ ح ع اطول



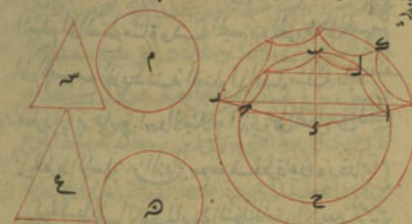
من د ر د م ك ط مساو
لقطر ح د لانا اذا وصلنا
ه ح كان موازيا لـ م ط
لكن د ح نصف د م و ه
نصف د ط فـ ه ع اعنى
ه د نصف م ط و ح د

في د ر مساو لمربع ا ء فسطح مجسم ك ل د الذي هو مساو لما تبين
في اخر الشكل الحادي والثلثين لدائرة د التي يقوى نصف قطرها
على سطح م ط في ح د اعظم من دائرة نصف قطرها مساو لخط ا ء
الذي يقوى على م ط اعني ح د في د ر وخط ا ء هو الخط المخرج
من راس القطعة الى محيط قاعدتها التي هي الدائرة التي قطرها
ا ب فاذن صح ما قلنا وقد بان في الشكل الاربعين ان المجسم المذكور
مع مخروط ك ه ل مساو لمخروط قاعدته دائرة ه و ارتفاعه
العمود الواقع من المركز على احد الاضلاع اعني نصف قطر الكرة

اذ كان المجسم واقعا في الكرة العظمى التي مركزها النقطة ه وتبين من ذلك
ان اعني المجسم مع مخروط ك ه ل اعظم من مخروط نصف قطر قاعدته
خط ا ء وهو الخط الذي يخرج من راس قطعة الكرة الصغرى الى
محيط قاعدتها وارتفاعه مساو لنصف قطر الكرة الصغرى لان
ارتفاع المخروطين واحد وقاعدة الاول اعظم ∴ وليكن ايضا كرة
و دائرة عظمى تقع فيها وقطعة منها اصغر من النصف عليها ا ب
ح و المركز ر ونعمل فيها شكلا متساوي الاضلاع زوجها وعليها
شكلا شبيها به فيكون اضلاعهما متوازية كل لنظيره ونرسم على الشكل
الذي عليها دائرة ونثبت قطر ح ب وندير الشكل فيتم الكرتان والمجسمان
ونقول نسبة سطح المجسم الذي على القطاع الى السطح الذي في نسبة
الضلع الى الضلع مثناة ونسبة المجسم مع المخروط الى المجسم مع المخروط
الى المجسم مع المخروط نسبة الضلع الى الضلع مثلثة وليقو نصف
قطر دائرة م على سطح احد الاضلاع الذي على القطاع في القطاع
في الخطوط الواصلة بين الزوايا مع نصف قطر قاعدة ه ر فدائرة م
مساوية لسطح المجسم الاعظم لما مر في الشكل الحادي والاربعين وليقو
نصف قطر دائرة د على سطح احد الاضلاع الذي في القطاع في الخطوط
الواصلة مع نصف ا ح فهي مساوية لسطح المجسم الاصغر لما بين في



الشكل الثامن ما الذين و نسبة احد السطحين الى الاخر بل احدى الاكرتين الى الاخرى كنسبة مربع ه ى الى مربع ا ك كما ساذكره و نسبة الشكل المتساوي الاضلاع المنظرة التي هي ابجد كنسبة مربع ه ك الى مربع ال كنسبة دايرة م الى دايرة هر فاذن نسبة سطح المجسم الى سطح المجسم كنسبة الشكل الى الشكل وكنسبة ه ك الى ا ك مثناه و ليكن قاعدة مخروط تر مساوية لدايرة م و ارتفاعه لنصف قطر الكرة الصغرى فهذا المخروط مساو للمجسم الذي على القطعة مع مخروط ر ه ر لما مر في الشكل الثاني و الاربعين و ليكن قاعدة مخروط ع مساوية لدايرة هر و ارتفاعه للعمود الواقع من ر على ا ك فهو مساو للمجسم الذي في القطعة مع مخروط ر ا ر كما تبين في الشكل الاربعين و لان نسبة ه ك الى نصف قطر الكرة



الصغرى كنسبة ا ل الى العمود الواقع من ر على ا ل فكانت نسبته ك الى ال كنسبة نصف قطر دايرة ر يكون مخروطا س ع متشابهان و نسبة

احدها

احدهما الى الاخر كنسبة القطر الى القطر بل كنسبة ه ك الى ال مثلثة بالتكرير و ذلك ما اردناه اقول انما يكون نسبة سطح المجسم الاعظم الى سطح المجسم الاصغر كنسبة مربع ه ك الى مربع ا ك لانا اذا وصلنا خط ر ل ك كان مثلثا ر ل ا ر ك ه متشابهين و نسبة ه ك الى ا ك كنسبة ر ه الى ر ا اعني كنسبة ه د الى ا ح بل كنسبة نصفه الى نصفه و كنسبة كل واحد من الخطوط الواصلة بين الزوايا العظمى الواصلة بين الزوايا و كنسبة الجميع الى الجميع فاذن السطح الذي يحيط به ه ك مع الخطوط الواصلة و نصف ه د جميعا شبيه بالسطح الذي يحيط به ا ك مع الخطوط الواصلة و نصف ا ح جميعا و نسبة السطح الى السطح كنسبة ه ك الى ا ك مثناة و كنسبة مربع ه ك الى مربع ا ك ⁂ كل قطعة كرة اقل من نصفها فسطحها مساو للدايرة التي تساوي نصف قطرها الخط الخارج من نقطة راس القطعة الى محيط قاعدتها فليكن كرة دايرتها العظمى ا ب ح و قاعدة قطعة منها دايرة قطرها ا ب و هي قاطعة لا ب ح على قوايم و ليكن نصف قطر دايرة ر مساويا لخط ا ح فنقول سطح قطعة ا ب ح من الكرة يساوي دايرة ر و الا لكان اما اعظم و اما اصغر منها و ليكن اولا اعظم و نخرج من ر المركز ر ا ر ب و نعمل على قطعة ا ح د فيها شكلان متساويا الاضلاع زوجها متشابهان نسبة ضلع الذي

عليها الى الضلع الذي فيها لصغرين نسبة القطعة الى دائرة د كما مر في
الشكل الثالث ثم تتم المجسمين فيكون نسبة سطح المجسم الذي عليها
الى سطح المجسم الذي فيها كنسبة الشكل الى الشكل اعني كنسبة الضلع
الى الضلع مثناة لما مر في الشكل المتقدم وتلك النسبة اصغر من نسبة
سطح قطعة الكرة الى دائرة د وسطح المجسم الذي عليها اعظم من سطح قطعة
الكرة لما مر في الشكل الحادي والاربعين فسطح المجسم الذي فيها اعظم
من دائرة د وقد بان في
الشكل التاسع والثلثين
انه اصغر منها هذا خلف
وكذلك يبين ان سطح الكرة
لا يكون اصغر منها فهي
اذن مثلها وذلك ما اردناه ٭ وكذلك الحكم في كل قطعة كرة
هي اعظم من نصفها لتفصل الكرة بسطح يمر بخط اء وليكن اءح اعظم
من النصف وليكن القطر بح وليتقاطع اء بح على قوائم ونصل اب
اح وليكن نصف قطر دائرة ه مثل اب ونصف قطر دائرة ح مثل بح
فدائرة ح تساوي دائرتي ه د ودائرة ح مساوية لسطح الكرة لان كل
واحد منهما اربعة امثال الدائرة التي قطرها بح لما مر في الشكل الخامس

ما

مه

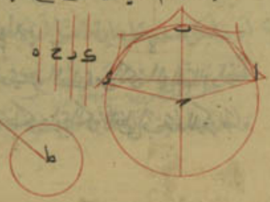
والثلثين ولغيره من الاصول ودائرة ه مساوية لسطح قطعة اب د
من الكرة كما
في الشكل المتقدم
بقي دائرة د
مساوية لسطح
قطعة احء
العظمى من الكرة
٭ وكذلك الحكم في نصف الكرة وليكن اب حء قطرين متقاطعين
على قوائم ونصل اح فيكون مربع حء مثلي مربع اح والدائرة التي نصف
قطرها حء مساوية لسطح الكرة لانها اربعة اضعاف دائرة احب د
فسطح الكرة مثلا الدائرة التي نصف قطرها اح فاذن سطح نصف الكرة
مثلها وذلك ما اردناه اقول
ولم يعد هذا في نسخ اسحق شكلا مفردا
٭ كل قطاع كرة يكون قطعة
الكرة منه اصغر من نصفها فهو
مساو لمخروط قاعدته يساوي سطح القطعة من الكرة التي القطاع وارتفاعه
يساوي نصف قطر الكرة فلتكن دائرة الكرة العظمى اب د والمركز ح

١٧٨

مو

مز

وليكن قاعدة مخروط ط مساوية لسطح القطعة من الكرة وارتفاعه
مثل ب ح فنقول ان القطاع مساوية والا لكان اما اعظم منه واما
اصغر وليكن اولاً اعظم ونجعل نسبة خط ك الاطول الى خط ه الاقصر
اصغر من نسبة القطاع الى المخروط ط كما مر في الشكل الثاني وليكن
خطا د ح بينهما على وجه يكون فضل ك على د مثل فضل د على ح ومثل
فضل ح على ه ونعمل على قطاع الدائرة وفيه شكلين عدد اضلاعهما زوج
متشابهين يكون نسبة ضلع الذي عليها الى ضلع الذي فيه اصغر من نسبة
ك الى د كما مر في الشكل الثالث ونتمم المجسمين فيكون نسبة المجسم
الذي على القطاع مع مخروط راسه ح الى المجسم الذي فيه مع مخروطه
كنسبة ضلع الشكل الى ضلع الشكل مثلثة كما مر في الشكل الثالث والاربعين
ونسبة ضلع الشكل الى ضلع الشكل اصغر من نسبة ك الى د فنسبة المجسم
الى المجسم مع المخروطين اصغر من نسبة ك الى د مثلثة التي هي اصغر من
نسبة ك الى ه كما بينا التي هي اصغر من نسبة القطاع الى المخروط ط
فنسبة المجسم الذي على القطاع مع مخروطه الى المجسم الذي فيه مع
مخروطه اصغر كثيرا من
نسبة القطاع الى المخروط
ط والمجسم الذي على



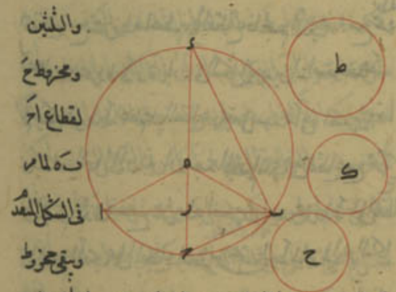
للمخروط ط

القطاع

القطاع مع مخروطه اعظم من القطاع فالمجسم الذي فيه مع مخروطه
اعظم من مخروط ط وقد بان في الشكل الاربعين انه اصغر منه هف
ثم ليكن مخروط ط اعظم من القطاع ونجعل نسبة ه الى ع اصغر من نسبتهما
ونستانف العمل الى ان نبين ان نسبة المجسم الذي على القطاع مع مخروطه
الى المجسم الذي فيه مع مخروطه اصغر من نسبة مخروط ط الى القطاع
والمجسم الذي على القطاع اعظم من مخروط ط لما مر في اخر الشكل
الثاني والاربعين فالمجسم الذي في القطاع مع مخروطه اعظم
من القطاع هف فاذن القطاع تساوي مخروط ط وذلك ما
اردناه ❊ وايضا القطاع الذي قطعة الكرة منه اعظم من نصفها
تساوي المخروط الذي قاعدته مساوية لسطح القطعة العظمى وارتفاعه
مساو لنصف قطر الكرة ولتكن دائرتها العظمى ا د ب ك والقطر ح ء
والمركز ولكن ب د عمود على ح ز فقطاع ا ب ه يساوي المخروط
الذي نصف قطر قاعدته ب ح وارتفاعه ح ه كما مر في الشكل المتقدم
وليكن ب ح نصف قطر دائرة ح و ب د نصف قطر دائرة ك ودائرة
ط اربعة امثال دائرة ا ب ح فهو مثل سطح الكرة لما مر في الشكل الحادي
والثلثين ونرسم على دوائر ح ك ط مخروطات ارتفاعها مثل نصف
قطر الكرة فيكون مخروط ط مساويا للكرة كما مر في الشكل السادس

١٨٩

مع



والثلثين
ومخروط ح
لقطاع ا ح
ب ه لما
في الشكل المتقدم
ويبقى مخروط
ك الذي نصف قطر قاعدته ب د وارتفاعه ه د مساويا لقطاع
ب د ا ه وذلك ما اردناه تمت المقالة الاولى من كتاب الكرة
والاسطوانة المقالة الثانية من كتاب ارشميدس في الكرة

المقالة الثانية

والاسطوانة صدر المقالة الى ذوسيثاوس من ارشميدس
سلام عليك قد كنت ابتدأت يا ذوسيثاوس فارسلت الينا كتابا
فيه مسايل مبرهنة وهي المسايل التي ارسلت مقدماتها الى ...
فارسلت اليك كتابي هذا الذي ذكرت فيها علمها بينتها واولها
ان سطح كل كرة اربعة اضعاف اعظم دايرة يقع فيها وبعده ان سطح
قطعة الكرة مساو للدايرة التي نصف قطرها يساوي الخط الخارج من
راس القطعة الى محيط دايرة قاعدتها وان كل اسطوانة تحيط
بكرة ويكون قاعدتها مساوية لاعظم دايرة يقع فيها وارتفاعها

مساو لقطرها فهي مثل ونصف تلك الكرة وسطحها مع قاعدتيها مثل
ونصف سطح الكرة وان كل قطاع كرة فهو مساو لمخروط قاعدته دايرة
مساوية لسطح قطعة الكرة التي من القطاع وارتفاعه مساو لنصف
قطر الكرة فهذا ما ارسلته اليك واما هذا الكتاب الذي افتتحت فيه
هذه العلوم ا في الطريق الى عمل كرة مساوية لاسطوانة او مخروط مفروضين
ب في بيان ان كل قطعة كرة فهي مساوية لمخروط قاعدته قاعدتها و
ارتفاعه خط يكون نسبته الى ارتفاع القطعة كنسبة نصف قطر
الكرة والباقية الى ارتفاع القطعة الباقية وحله ج في قسمة كرة

٢٨٠

معلومة بسطح الى قسمين يكون نسبة سطحيها نسبة مفروضة د
في قسمة كرة معلومة بسطح يكون نسبة قطعتيها نسبة مفروضة ه
في الطريق الى عمل قطعة كرة تساوي قطعة ويشبه قطعة من كرتين
معلومتين و في الطريق الى عمل قطعة كرة يشبه قطعة كرة اخرى
معلومة ويساوي سطحها سطح قطعة معلومة من كرة اخرى ز في الطريق
الى فصل قطعة من كرة معلومة يكون نسبتها الى مخروط قاعدته قاعدتها
وارتفاعه ارتفاعها نسبة مفروضة ح في بيان ان الكرة اذا قسمت بسطح
الى قطعتين مختلفتين كانت نسبة اعظمهما الى اصغرهما اصغر من نسبة
سطحيهما مثناة بالتكرير واعظم من النسبة المولفة من نسبة سطحيها

مثناه بالتكرير وبين النسبة التي اذا ثنيت بالتكرير كانت كنسبة
سطحيهما ط في بيان ان نصف الكرة يكون اعظم من كل قطعة كرة
يساوي سطحاهما سواء كانت القطعة اعظم من النصف او اصغر
فهذا ما قصدنا بيانه في هذه المقالة وقد بان مما مر من المقالة الاولى
ان لنا ان نعمل كرة يساوي سطحها اعظم دائرة يقع في كرة اخرى معلومة
وذلك لانا بينا ان سطح الكرة اربعة امثال اعظم دائرة يقع فيها فهو الذي
نريد ان يساويه سطح الكرة المعلومة اقول اذا عملنا على نصف قطر الكرة
المعلومة كان سطحها مساويا لذلك وذلك بين مما مر في المقالة الاولى

الاشكال

نريد ان نعمل كرة مساوية لاسطوانة معلومة او لمخروط
معلوم وليكن الاسطوانة او المخروط المعلومين ا ب كرة مساوية لهما
وليكن اسطوانة ج د مثل ونصف ا واسطوانة ح ل ط مثل ونصف كرة
ب وليكن ارتفاع ك ل مساويا لقطر الكرة فاسطوانة ه مساوية لاسطوانة
ك وعلى التكافؤ فنسبة قاعدة ج د الى قاعدة ح ط التي هي كنسبة مربع
ح ط كنسبة ارتفاع ك ل الى ارتفاع ه د وك ل المساوي لقطر الكرة
مساو لح ط وذلك لان سهم الاسطوانة التي هي مثل ونصف الكرة مساو
لقطرها ودائرة قاعدتها لاعظم دائرة يقع فيها لما تبين في ترتيب الشكل
السادس والثلثين من المقالة الاولى فنسبة مربع ج د الى مربع ح ط

181

كنسبة ح ط الى ه د وليكن مربع ح ط مساويا لسطح ج د في م ن فنسبة
ج د الى م ن كنسبة مربع ج د الى مربع ح ط التي هي كنسبة ح ط الى ه د
اذا بدلنا كانت نسبة ج د الى ح ط كنسبة م ن الى ه د ونسبة ج د
الى ح ط كنسبة ح ط الى م ن فخطوط م ن د متناسبة وكل واحد من ج
د ه د معلوم فالذان يناسبانهما فيما بينهما معلومان وتركيب ذلك على
ما نصف نجعل الاسطوانة والمخروط المعلومين ا وليكن الاسطوانة
التي قاعدتها دائرة ه د وارتفاعها ه د مثل ونصف ا ونأخذ خطين فيما
بين خطي ج د ه د يناسبانهما وانا سأذكر الطريق اليه وليكونا ح ط م
ن فيكون خطوط ج د ح ط م ن ه د متوالية متناسبة ونعمل اسطوانة
قاعدتها دائرة قطرها ح ط وارتفاعها مساو لح ط وهو ك ل
فيكون مساوية لاسطوانة ه وذلك لان نسبة ج د الى م ن كنسبة مربع
ج د الى مربع ح ط التي هي كنسبة دائرة ج د الى دائرة ح ط وكنسبة ح ط
اعني ك ل الى ه د فالقاعدتان مكافئتان للارتفاعين فالاسطوانتان
متساويتان على ح ط ك
كرة ب فيكون اسطوانة ح
ط مثل ونصفها ولذلك
يكون مساوية لا وذلك

٥٧

ما اردناه اقول المقدمة ما في التوصل الى وجود خطين متناسبين لخطين معلومين فيما بينهما طرق اكثرها يتعلق بتحريك الآلات وذلك باهل العمل اليق والمناسب للنظريات هو الطريق المبني على بعض اصول ابلونيوس المذكورة في كتاب المخروطات فاوردته ههنا وها هو ذا اب اج خطين نريد ان نجد متناسبين لهما فيما بينهما ونجعلهما محيطين بقائمة ونتمم سطح ار المتوازي الاضلاع ونرسم عليه دائرة اب ونصل قطري اد بج فيتقاطعان على مركزه ونخرج اب اج الى غير نهاية ونخرج من د خط دح موازيا لبج وينتصف على ح لتساوي خطي به هج ونرسم قطعا زائدا يمر بنقطة د ويكون خطا اب اج اللذين لا يلتقيان كما تبين في الشكل الرابع من المقالة الثانية من كتاب اصول المخروطات لابلونيوس وليكن ذلك قطع دط فان كان خطا اب اج متساويين كان قطر اد عمودا على بج بل على دح وكان دح مماسا للدائرة لكون اد عمودا على دح ومماسا للقطع ايضا لتساوي خطي دح دح كما تبين في الشكل الثالث من المقالة الثانية منه والقطع لا يقطع الدائرة ويكون خطوط اب بح حد دا الاربعة متساوية لتشابه مثلثات اب ح بد دح حج الثلثة وتساوي ضلعي اب اج منها فيكون خطا بح دد متوسطين بين خطي اب اج المتساويين وتناسب الاربعة واما اذا اختلفا وليكن

اب اطول من اج المتساويين دح قاطعا للدائرة فيما بين حد لكون زاوية ادح المساوية لزاوية اهج حادة ووجب ان يقطع القطع الدائرة والا لوقع قوس طد من الدائرة فيما بين القطع وخط دح المماس له وحينئذ يمكن ان يقع بينهما خطوط مستقيمة يوصل بين نقطة د واي نقطة تفرض على قوس طد وهذا محال لما تبين في الشكل الثاني والثلثين من المقالة الاولى من كتابه ولا يمكن ان يتقاطعا على اكثر من نقطتين لتقابل احدبهما كما تبين في الشكل الثلثين من المقالة الرابعة من كتابه وليتقاطعا على نقطتي د ط ونصل د ط ونخرجه الى ك ل اقول فخطا جل بك هما المطلوبان وذلك لانهما يقعان على متساويان لما تقرر في الشكل الثامن من المقالة الثانية من كتابه فخط طك في كد يساوي سطح اك في كج لخروج كط كد من نقطة ك الى الدائرة قاطعين اياها وكذلك سطح دل في لط يساوي سطح ال في لج فسطح اك في كب يساوي سطح ال في لج ويكون نسبة اك الى ال كنسبة جل الثاني الى كب الثالث ونسبة اك الى ال كنسبة جد اعني اب الاول الى جل الثاني لتشابه مثلثي اك ل حج ل وكنسبة كب الثالث الى بد اعني اج الرابع لتشابه مثلثي اك ل بك د فاذن وجدنا فيما بين خطي اب اج خطي جل بك متناسبين لما نعود الى الكلا

١٨٢

لمخروط قاعدة مساوية م



كل قطعة كرة مساوية لقاعدة القطعة وارتفاعه خط يكون نسبته الى ارتفاع تلك القطعة كنسبة نصف قطر الكرة وارتفاع القطعة الباقية مجموعين الى ارتفاع القطعة الباقية وحدها وليكن اح قطر اعظم دايرة يقع على كرة ما ولنقسم الكرة بسطح يقوم على دايرة اح على زوايا قوايم بخط ب د وليكن المركز ط ونجعل نسبة ط ا ا ه مجموعين الى اه كنسبة ره الى ه ح ونجعل نسبة ط ح ح ه جميعا الى ح ه كنسبة كه الى ه ا ونعمل على الدايرة التي قطرها ب د مخروطي ب ر د ب ك د فاقول ان مخروط ب ر د مساو لقطعة ب ا د من الكرة ب ا د ح د وان مخروط ب ك د مساو لقطعة ب ح د منها ونصل خطوط ب ط ط د ح ب ولكن قاعدة مخروط م مساوية للدايرة التي يساوي سطح قطعة ب ح د من الكرة فيكون نصف قطرها مساويا لـ ب ح كما مر في الشكل الرابع والاربعين من المقالة الاولى وليكن ارتفاعه مثل نصف قطر الكرة فمخروط م يساوي قطاع ب ح د ط لما تبين في الشكل السابع والاربعين من

المقالة

المقالة الاولى ولان نسبة ره الى ه ح كنسبة ط ا ا ه مجموعين الى اه يكون بالفصل نسبة ر ح الى ح ه كنسبة ط ا الى اه وبالابدال نسبة ر ح الى ط ا اعني ط ح كنسبة ح ه الى اه وبالتركيب نسبة ط ر الى ط ح كنسبة ح ا الى اه ونسبة ح ا الى اه كنسبة مربع ح ب الى مربع ب ه فنسبة ر ط الى ط ح كنسبة مربع ح ب الى مربع ب ه و ح ب مساو لنصف قطر دايرة م و ب ه نصف قطر الدايرة التي قطرها ب د و ر ط ارتفاع معين ر د ب ط الجسم و ط ح ارتفاع مخروط م فنسبة ارتفاع معين ر د ب ط الجسم الى ارتفاع مخروط م كنسبة مربع نصف قطر دايرة م الى مربع نصف قطر دايرة ب د بل كنسبة قاعدة مخروط م الى الدايرة ب د التي هي قاعدة مخروطي المعين الجسم على التكافي فمعين ر د ب ط الجسم ومخروط م متساويان وكان مخروط م مساويا لقطاع ب ح د ط فمعين ر د ب ط وقطاع ب ح د ط متساويان ~~وكان مخروط م الى الدايرة ب د التي هي قاعدة مخروطي المعين الجسم على التكافي فمعين ر د ب ط الجسم ومخروط م متساويان وكان مخروط م مساويا لقطاع ب ح د ط فمعين ر د ب ط وقطاع ب ح د ط متساويان~~ الى ويلقى مخروط ب ط د المشترك يبقى قطعة كرة ب ح د مساوية لمخروط ب ر د ولمثل ذلك يتبين ان مخروط ب ك د مساو لقطعة كرة ب ا د

نقول لان نسبة ك ه الى ه ا كنسبة ط ح ح ه مجموعين الى ح ه

فبالتفصيل نسبة ك ا الى ا ه كنسبة ط ح الى ح ه وبالابدال

نسبة ك ا الى ط ح اعني ط ا كنسبة ا ه الى ح ه وبالتركيب

نسبة ك ط الى ط ا كنسبة ا ح الى ح ه ونسبة ا ح الى ح ه كنسبة

مربع ا ب الى مربع ب ه ولنكن نصف قطر دائرة د

مثل خط ا ب فهي مساوية لسطح قطعة كرة ب ا د ونعمل عليه

مخروطا ارتفاعه نصف قطر الكرة فيكون القطاع الذي عليه ب ط

د مساويا له ولان نسبة ك ط الى ط ا كنسبة مربع ا ب نصف

قطر دائرة د الى مربع ب ه نصف قطر دائرة ب د مربع ب ه نصف

دائرة ب د بل كنسبة دائرة ه الى دائرة ب د و ا ط ارتفاع مخروط

ه و ه ك ارتفاع

مجسم ب ط د ك فقاعدتا

مخروط د ومجسم ب ط

د ك متكافئتان لارتفاعيهما

وكان مخروط د مساويا

لقطاع ب ط د فمجسم

د ك وقطاع ب ط د متساويان ونزيد عليهما مخروط ب ط د فمخروط

ب ك د مساويا لقطعة كرة ب ا د وهنالك استبان ان نسبة

كل قطعة كرة الى المخروط الذي قاعدته قاعدتها وارتفاعه ارتفاعها

كنسبة نصف قطر الكرة مع ارتفاع الباقية الى ارتفاع القطعة

الباقية وذلك لان نسبة قطعة كرة ب ح د اعني مخروط ب ر د الى

مخروط ب ح د كنسبة ارتفاع ر ه الى ارتفاع ح ه التي هي كنسبة

ط ا ا ه مجموعين الى ا ه وحده وكذلك في القطعة الاخرى او نبين

هذا الحكم بوجه اخرى وهو ان تبين ان مخروط ب ك د بعينه مساويا

لقطعة كرة ب ا د وليكن قاعدة مخروط د مساوية لسطح الكرة و

ارتفاعه لنصف قطر الكرة فيكون المخروط مساويا للكرة لما مر في

الشكل السادس والثلثين من المقالة الاولى ويكون اربعة امثال

مخروط قاعدته مساوية لاعظم دوائر الكرة وارتفاعه نصف قطرها

ولان نسبة ط ا ا ه الى ا ه كنسبة د ه الى ه ح فاذا فصلنا ثم ابدلنا

يكون نسبة ط ح الى ح د كنسبة ا ه الى ه ح واضف لان نسبة د ه الى ا ه

كنسبة ط ح ح ه معا الى ح ه فاذا فصلنا ثم ابدلنا الى ط ا كنسبة

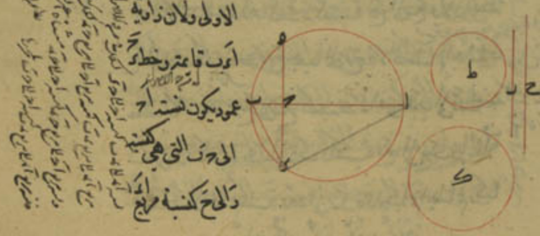
كانت نسبة ك ا الى ح ط بل الى ط ا كنسبة ا ه الى ه ح التي هي كنسبة

ط ح الى ح د فنسبة ك ا الى ط ا كنسبة ط ح الى د ح وبالتركيب نسبة

ك ط الى ط ا كنسبة ط د الى د ح ونسبة ك د الى د ط كنسبة ك

الطا او سطح كد في طا اسا ولسطح ركط في طك وايضا لان نسبة كط
الى طا كنسبة طء الى ءح فاذا بدلنا كانت نسبة كط الى طء كنسبة
طا الى ءح وكانت نسبة طا الى ءح كنسبة اه الى ءح فنسبة
كط الى طء كنسبة اه الى ءح ونسبة مربع كد الى سطح كط في ط
كنسبة مربع اح الى سطح اه في ءح وكان سطح كط في طء كسطح كد
في طا فنسبة مربع كد الى سطح كد في طا التي هي كنسبة كد الى
طا كنسبة مربع اح الى سطح اه في ءح اعنى نسبة مربع اح الى مربع ح
واح هو نصف قطر دائرة د فنسبة مربع نصف قطر دائرة ص الى مربع
م اعنى نسبة دائرة ص الى دائرة ب وكنسبة كد ارتفاع معين ب
دك المجسم الى طا ارتفاع مخروط ل فمخروط ل اعنى الكرة مساو لمعين
ب ك دك المجسم وقد تبين ان قطعة ر ح من الكرة مساوية لمخروط ب
ر فيبقى قطعة ر منها مساوية لمخروط د ك د وذلك ما اردناه
ونريد ان نبين كيف نقسم كرة معلومة بسطح بقسمين يكون نسبة سطح
احد القسمين الى سطح القسم الآخر كنسبة مفروضة فليكن دائرتها
العظمى اءبه وقطرها اب ولنقسم عليها سطح على قوايم يكون فصلها
المشترك ره ونصل اء ءب فلان نسبة سطح قطعة كرة راه الى
سطح قطعة كرة ر ب ه هي المفروضة وسطح ر اه مساو لدائرة نصف قطرها

ار وسطح قطعة ر ب ه مساو لدائرة نصف قطرها ب ء لما تبين في
الشكلين الرابع والاربعين من المقالة الاولى ونسبتهما نسبة مربع ار
الى مربع ر ب اعنى نسبة اح الى ح ب فنسبة اح الى ح ب هي النسبة
المفروضة ولذلك نصير نقطة ح من خط اب معلومة ونقيم على
سطح اب سطحا على قوايم بخط ره فنقسم الكرة ونحن نركبه هكذا
نجعل الدائرة العظمى من الكرة دائرة ارب ه والقطر اب والنسبة المفروضة
نسبة د الى ح ونقسم اب على تلك النسبة فينقسم على ح ويكون نسبة اح
الى ح ب كنسبة د الى ح ونقسم الكرة بسطح يمر على ح ويقوم على سطح دائرة
اب فيكون فصلهما المشترك ره ونصل خطي ار ر ب وليكن نصف قطر
دائرة ط مساويا لخط ار ونصف قطر دائرة ك مساويا لخط ر ب فدائرة
ط مساوية لسطح قطعة كرة راه ودائرة ك مساوية لسطح قطعة كرة ر ب ه
لما مر في الشكلين الرابع والاربعين والخامس والاربعين من المقالة
الاولى ولان زاوية
ارب قائمة وخط ر ح
عمود يكون نسبة اح
الى ح ب التي هي كنسبة
د الى ح كنسبة مربع ار



الى مربع ىىا التى كنسبة دايرة طك الى دايرة ك بل كنسبة سطح قطعة كرة
داه الى سطح قطعة كرة زرىه وذلك ما اردناه ش زيدان نبين
كيف نقسم كرة معلومة بقطعتين يكون نسبة احدهما الى الاخر كنسبة
معلومة فليكن الكرة اب ح د وليكن منقسم بسطح يمر بخط اح الى
قطعتين اح د اب ح نسبتهما النسبة المذكورة ونصف الكرة بسطح
يمر على المركز ويقوم على السطح المذكور على قوايم فيحدث دائرة اب ح د ونصف
وليكن المركز ك والقطر ب د ونجعل نسبة ك د و ح جميعا الى ع ح
كنسبة قر ح الى ح ب ونسبة ل ح الى ح ح كقطريهما ونصل خطوط اك ك ح
اق قر ح فمخروط اك ح مساو لقطعة كرة اد ح ومخروط اق ح لما تبين
فى الشكل الثانى من هذه المقالة ونسبة مخروط اك ح الى مخروط
اق ح معلومة وهى كنسبة ل ح الى ح ك لاشتراكهما فى القاعدة
نسبة ل ح الى ع ح كنسبة ك د ح جميعا الى ح فاذا فصلنا
ابدلنا كانت نسبة ل ع الى ك د كنسبة ع ح الى ح ح ولان نسبة
ح الى ح ب كنسبة ك د ع ح جميعا الى ع ح فاذا فصلنا ثم ابدلنا
خالفنا كانت نسبة ع ح الى ح ح كنسبة ك د اعنى ك ب الى ق ب فنسبة
ل ع الى ك د كنسبة ك ب الى ق ب وكنسبة ق ح الى ح ب وبالخلاف
نسبة ق ب الى ك ب كنسبة ع ك الى ع ك فاذا ركبنا ثم ابدلنا ثم ركبنا

كانت نسبة ق ك الى ك ع كنسبة ك ك الى ك ع فسطح ق ك فى ك ع
مساو لمربع ك ك ونسبة ق ك الى ك ع كنسبة مربع ك ك الى مربع ك ع
ولان نسبة ك ع الى ك د كنسبة ع ح الى ح ح فاذا خالفنا ثم ركبنا
كانت نسبة ك ك الى ك ع كنسبة د ك الى ع ح ونسبة مربع ك ك
الى مربع ك ع كنسبة مربع د ك الى مربع ع ح ولان نسبة ل ح الى ح ك
كنسبة ك ب ع ح معا الى ع ح فاذا فصلنا يكون نسبة ل ع الى ع ح
كنسبة ك ب الى ح ح وليكن ب د مساويا لـ ك ب فيقع د خارجا عن ق
لان نسبة ك ب الى ب ق كانت كنسبة ع ح الى ح ب و ع ح اعظم من
ح ب فنسبة ل ع الى ع ح كنسبة د ب الى ح ب ونسبة ك ك الى ل ع
كنسبة ب د الى ع ح ولان نسبة ق ح الى ل ح هى المعلومة فنسبة ق ك
الى ل ح معلومة وهى مؤلفة من نسبتى ق ك الى ك ع و ك ع الى ل ح وكان
نسبة ق ك الى ك ع كنسبة مربع ك ك الى مربع ك ع بل النسبة مربع ب د
الى مربع ع ح ونسبة ك ع الى ل ح كنسبة ب د الى ع ح فنسبة ق ك الى
ل ح مؤلفة من نسبتى مربع ب د الى مربع ع ح و ب د الى ع ح ولكن
نسبة ق ك الى ل ح كنسبة ب د الى ك ط فنجعلها معلومة وخط ب ز معلوم
فـ ك ط معلوم ونسبة ب د الى ك ط مؤلفة من نسبتى مربع ب د الى
مربع ع ح و ب د الى ع ح وايضا نسبة ب د الى ك ط مؤلفة من نسبتى

د ر الى ب ح و ح ر الى د ط فاذا القينا منهما النسبة المشتركة التي
هي نسبة ر د الى د ح بقيت نسبة مربع ب د المعلوم الى مربع ب ح كنسبة
ح ر الى د ط المعلوم و د ر معلوم فينبغي ان نقسم د ر المعلوم بقسمين على
نقطة ح حتى يكون نسبة ح ر الى د ط المعلوم كنسبة مربع ب د المعلوم
الى مربع ب ح و تركيبه هكذا ليكن النسبة المعلومة نسبة ف الى ذ و ف
اعظمهما و نصف الكرة بسطح يمر بمركزها فيحدث دائرة ا ب ج د العظيمة
و القطر ب د و المركز ك و نجعل ب ر مساويا لـ ك ب و نقسم ب د بقسمين
على نقطة ط قسمة يكون نسبة ر ط الى ط ب كنسبة ف الى ذ و نقسم ر د
على ح قسمة يكون نسبة ح ر الى د ط كنسبة مربع د ب الى مربع د ح و
سيأتي بيان كيفية هذه القسمة و نجيز سطحا على نقطة ح و يقوم ب د
عمودا عليه فهو يقسم الكرة الى قطعتين على نسبة ف الى ذ و ليكن نسبة
ك ب ح معا الى ب ح كنسبة ل ح الى ب ح و نسبة د ك د ح معا
الى د ح كنسبة م ح الى ح ب و نصل خطوط ا ل ا م ج ل ج م فيكون
لما مر سطح ق ر كرة ا د ج كمربع ا م و نسبة ا ك الى ا ج كنسبة د ب
الى ب ح و نسبة مربعي ا ك ا ج كنسبة مربعي ب د د ح و لان سطح
ق ر كرة ا د ج كمربع ا ك يكون نسبة ق ر ك الى ا ج كنسبة مربع ب د
الى مربع ب ح وهي كنسبة ح ر الى د ط و لان نسبة ك ب ب ح معا

الى ب ح كنسبة ل ح الى ح ب و ب ك مساو لـ ب ر يكون نسبة ر ح
الى ح ب كنسبة ل ح الى ح ب و اذا قلبنا كانت نسبة د ح الى د ب
كنسبة ح ل الى ل ب و اذا خالفنا كانت نسبة ب د الى د ح كنسبة
ل ح الى ل ب و كانت نسبة د ح الى د ط كنسبة ق ل الى ل ب فبالمساواة
المضطربة نسبة ب ر الى د ط كنسبة ق ل الى ل ح و اذا فصلنا ثم خالفنا
كانت نسبة ل ح الى ح ق كنسبة د ط الى ط ر اعني نسبة ف الى ذ
و نسبة ل ح الى ح ك
كنسبة مخروط ا ل ج
الى مخروط ا د ج بل
كنسبة قطعة كرة ا ب ج
الى قطعة كرة ا د ج القطعة كرة ا ب ج كما مر فاذن نسبة القطعتين
نسبة ف الى ذ و ذلك ما اردناه   اقول و لنشتغل ببيان كيفية
قسمة خط ب د المعلوم على ح قسمة يكون نسبة ح ر الى د ط المعلوم
كنسبة مربع ب د المعلوم الى مربع ب ح و مرجعه الى قسمة ب د المعلوم
قسمة يكون نسبة احد قسميه الى خط معلوم كنسبة سطح معلوم الى
مربع القسم الاخر و قد ذكر اطوقيوس العسقلاني في شرحه لهذا
الكتاب ان ارشميدس وعد بيان ذلك في كتابه هذا و لم يوجد في شيء

من النسخ ما وعده واذ لك سالك كل واحد من دينوسو ذورس
وديوقليس بعده طريقًا غير الذي سلكه هو في هذا الكتاب الى
قسمة الكرة بقسمين على نسبة مفروضة قال وانا وجدت في
كتاب عتيق اشكالا مستغلقة جدًا لكثرة ما فيه من الخطا وما
في الاشكال من التحريف بسبب جهل الناسخين وكان فيه الفاظ
من لغة ذريس التي كان ارشميدس يحب استعمالها واصطلاحات
لخاصة كما كان يعبر عن القطع المكافي والزايد بالقايم الزاوية
والمنفرج الزاوية فواظبت عليه الى ان تقرر لي هذه المقدمة
وهي هذه اذا كان خطان معلومان عليهما اب اح وسطح معلوم عليه
د ه واردنا ان نقسم اب على ه قسمة يكون نسبة سطح د الى مربع ك
كنسبة اه الى اح فلنجعل كان ذلك قد كان ولنقم اح عمودًا على اب
ونصل حه ونخرجه ومن ب خطا موازيا لاح فيلتقيان على ر ونخرج
حح رط موازيين لاب وح اومن ه ك ل موازيا لرفيتم شكل رح
طح المتوازي الاضلاع ونخرج حح ونجعل حح في حم مساويا
لسطح د فنسبة سطح د الى مربع ك كنسبة ه ا الى اح اعني نسبة حح
الى ح ر التي هي كنسبة مربع حح الى سطح حح في حر فنسبة مربع
حح الى سطح حح في حر كنسبة سطح د ه ا اعني مربع ك د واذا

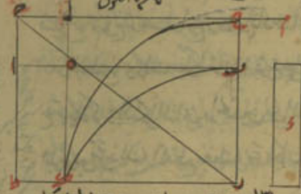
ابدا

لو فضل مخروط سطح منتهر للاير بنقطة راسه فان الفصل المشترك سطح بحيط به خطا مخروط وان فضل مخروط السطحين المستويين براسه وبمركز القاعدة ... ثلث والاخر للمتر راسه ...

ابدا لما كانت نسبة مربع حح الى سطح د اعني الى سطح حح في حم التي
هي كنسبة حح الى حم كنسبة حح في حح د الى مربع ك د واذا جعلنا
ح د ارتفاعا مشتركا لخطي حح حم كانت نسبة سطح حح في حح
الى سطح حم في ح د كنسبة سطح حح في حح د الى مربع ك د فسطح حم
في ح د الى سطح حم في ح د كنسبة سطح حح في ح د الى مربع ك د
فسطح حم في ح د مساو لمربع ك د واذا رسمنا قطعا مكافيا على ح
ومر بنقطة ح وكانت خطوط ترتيبه قوى على السطح المضاف الى
حم كما ذكر في الشكل الثاني والخمسين من المقالة الاولى من كتاب
ابلونيوس مر ذلك القطع بنقطة ك فكان معلوم الوضع لان
حم الذي يحيط مع حح المعلوم بسطح معلوم معلوم فنقطة ك معلومة
الوضع وليكن القطع ح ك وايضا سطح ط ا مساو لسطح ب ح نقطة ك
ك لكان في ب ح واذا رسمنا قطعا زايدا يمر بنقطة ب ويكون الخطان
اللذان لا يقع عليه خطي ح ط ح ح كما ذكر في الشكل الرابع من المقالة الثانية
من كتاب ابلونيوس مر ذلك القطع بنقطة ك ايضا معلوم لما تبين في
عكس الشكل الثاني من المقالة الثانية منه وهذا القطع ايضا معلوم
الوضع لكون خطي ح ط ح ح ونقطة ب معلومة الوضع وليكن القطع
ب ك فنقطة ك على قطعين معلومي الوضع في

١٨٨

معلومة الوضع ولكن القطع د ك فنقطة ك على بقطعتين مكافيئ
وزايد معلومي الوضعين فهي معلومة وخط ك ه عمود منها على
ا ب المعلوم الوضع فنقطة ه معلومة ولما كانت نسبة ه ا الى ا ح المعلوم
كنسبة سطح د المعلوم الى مربع ه ب كان المجسم الذي من مربع ه ب
في ه ا مساويا للمجسم الذي من سطح د في ا ح لان قاعدتيهما مكافيتان
لارتفاعيهما



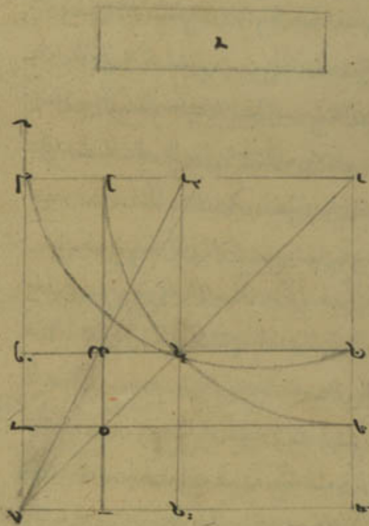
واعلم ان خط
ضعف
ب ه اذا كان
ه ا كان مربع
في ه ا اعظم من مجسم مربع اي احدي قسمين اخرين فرضنا الخط ب ا
في باقيه من الخط على ما سنبينه فلذلك يجب اذا كان الحكم كليا ان
بشترط ان لا يكون المجسم الحاصل من الخط المعلوم في السطح المعلوم
اعظم من المجسم الحاصل من ثلث الخط في مربع ثلثيه وتركيب ذلك
هكذا ليكن الخطان ا ب ا ح والسطح د ونريد ان نقسم ا ب قسمة يكون
مجسم خط ا ح في سطح د اعظم من مجسم ثلث خط ا ب في مربع ثلثيه
كانت قسمة الخط على تلك النسبة غير ممكن لما وعدنا بيانه وان
كان مساويا له كانت القسمة على التثليث وذلك لان المجسمات

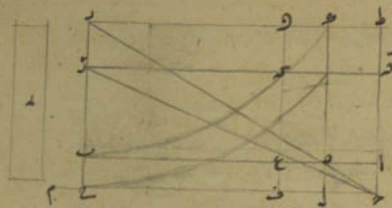
مساويا المجسم الحاصل القسمين في مربع القسم الاخر ونظر فان كان مجسم خط ا ح في سطح د ...

المتساوية

المتساوية قواعدها مكافية لارتفاعاتها فيكون نسبة سطح د الى مربع
ثلثي الخط كنسبة ثلث الخط الى ا ح وهو المطلوب ان كان اصغر منه
فلنعمل د ح ح المتوازي الاضلاع بخطوطه كما كان ولان مجسم سطح د
في ا ح اصغر من مجسم مربع ب ه في ه ا فنسبة ا ه الى ا ح كنسبة سطح د
الى سطح اصغر من مربع ب ه الذي هو مثل د ك وليكن كنسبة سطح د
الى مربع د ر وليكن ح ح في ح م مساويا لسطح د فنسبة ه ا الى ا ح
اعني نسبة ح ح الى ح د التي هي كنسبة مربع ح ح الى سطح ح ح في ح د
كنسبة سطح ح ح في ح م الذي هو سطح د الى مربع د ر واذا ابدلنا كانت
نسبة مربع ح ح الى سطح ح ح في ح م بالنسبة ح ح الى ح م التي هي نسبة
سطح ح ح في ح د الى سطح ح م في ح د كنسبة سطح ح ح في ح د الى مربع
د ر فسطح ح م في ح د مساو لمربع د ر ونرسم قطع ح س ر د المكافي
فيمر بنقطة ح ويكون سهمه ح د وضلعه القايم ح م فهو يمر بنقطة ر
لما ترايتم سطح ط ك ا ح مثنا وبان وهما من ط ك في كل مع ب
في ب الموازين لخطي ح ط ح ح فنرسم قطع ت س ك الزايد فيمر بنقطة ب
ويكون الخطان اللذان لا يقعان عليه ح ط ح ح فهو يمر بنقطة ك
لما تراينا ويتقاطع القطعان على س ونخرج من س عمود س ع على
ا ب فهو يقسم خط ا ب على ع القسمة المطلوبة وينفذ س ع ونخرج من
ع الى ...

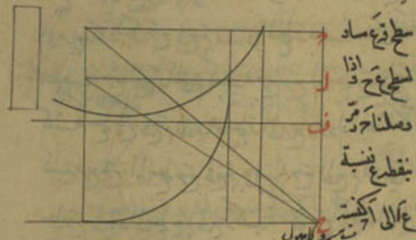
١٩٠





68

ىر خط دىر قر موازيا لـ اولان خطي ىر قر ىر ف خارجان من نقطه من القطع الزايد الى الخطين اللذين لا يقعان عليه وموازيان لخطي اىح الخارجين من نقطة اخرى منه اليهما يكون سطح قر ف مساو السطح اح لما بين في الشكل الثاني عشر من المقالة الثانية من المخروطات ويكون لذلك



سطح قرع مساو لسطح ع ح اذا وصلنا ح ر بقطرع نسبة ع الى اح كنسبة ح ح الى ح د بل كنسبة ح ح في ح م المساوي لسطح د الى ح ح في ح م المساوي لمربع دس لكون ح ىر هر قطعا مكافيا بل المربع ب ع فاذن نسبة ع ا الى اح كنسبة سطح د المربع ب ع وذلك ما قصدنا ٥ ونعيد لبيان وجوب الشرط المذكور متوازي اضلاع ح ر طح مع خطوطه السقيمه كما كان وليكن نسبة اه ثلث الخط الى اح كنسبة سطح ح ح في ح م المربع ب ه ويكون مربع ب ه في ه ا مساويا للجسم ح ح في ح م في اح لكون القاعدتين مكافئتين للارتفاعين ونفرض

هذا المجسم اعظم من كل مجسم يكون قاعدته مربع اي احد قسمين اخرين
كانا لخط اب وارتفاعه القسم الباقي ونرسم قطعا مكافيا تمر بنقطة ح ويكون
سهمه ح د وضلعه القايم ح م وهو يمر بنقطة ك كما مر في الحل واذا
اخرج هذا القطع وصل الخط الموازي لسهم القطع كما تبين في الشكل
السادس والعشرين من المقالة الاولى من المخروطات فليقطعه على ن
ونرسم قطعا زايدا يمر بنقطة ب ويكون للخطين اللذان لا يقعان عليه
ح ط ح ح فهو ايضا يمر بنقطة ك كما مر في الحل ونخرج ي ح ونجعل ح ش
مساويا له ونصل ش ك ونخرجه الى ان يلقى ح ط على خ فهو مماس قطع
ح ك المكافي لما تبين في الشكل الثالث والثلثين من المقالة الاولى
من المخروطات وه ف كا يمثله ا ف ك مثلا ك ط ونسبة ر ك الى
ك ش كنسبة ك ط الى ك خ فش ك مثلا ك خ وش ك مثلا ش ت
لان ش ر مثلا ش ح فت ك ك خ متساويان وخط ت ك خ يلقى
قطعا زايدا بنصفه فيما بين الخطين اللذين لا يقعان عليه فهو مماس
له لما تبين في عكس الشكل الثالث من المقالة الثانية منه فالقطعان
متماسان على ك ولنخرج القطع الزايد في جانب ف ه ونعلم على خط
ن ه نقطة ع كيف وقعت ونخرج عليه خط ف ع س موازيا لخط ا الى ان
ينتهي الى القطع الزايد على ر ونخرج من نقطة ر خط ث س ك موازيا

١٩٠

65

لان يلقطع المكافى على د فمن اجل التقاطع الزايد وخطيه اللذين

يقعان عليه يكون سطحات ف ح بل سطحات ع ح متساويين واذا وصلنا

ح د و ر بنقطة ع ومربع د ع مساو لسطح ز ح فى ح م من اجل القطع المكافى

ومربع ر س اصغر منه فليكن كسطح ز ح فى ح ض ونسبة ع ا الى ا ح كنسبة

ح ح الى ح د بل كنسبة ح ح فى ح ض الى ح د فى ح ض المساوى لمربع

د س اعنى مربع ب ع

فنسبة ع ا الى ا ح كنسبة

سطح ح ح فى ح ض الى

مربع ب ع ح ح فى ح ض

فا ح اصغر من مجسم

ح ح فى ح م فى ا ح المساوى

لمجسم مربع ب ه فى خط ه ا لمجسم مربع ب ع فى خط ع ا اصغر من مجسم مربع

ب ه فى خط ه ا ثم نعلم على خط ه ا ايضا نقطة وكيف وقعت و

يستانف التدبير المذكور فيخرج خط ص وقر موازيا لخط الى ان

يلقى القطع الزايد على ق لما تبين فى الشكل الثالث من المقالة الثانية

من المخروطات ويخرج من ق خط ظ ق موازيا لا ب فيقطع المكافى

على غ ويكون من اجل الزايد سطحا ظ ص ا ح بل سطحا ظ ق و ح متساويين

القطع

واذا وصلنا خ ب مر على نقطة ق ويكون من اجل القطع المكافى مربع غ

ب مساويا لسطح ب ح فى ح م فيكون مربع ق ب اصغر منه وليكن

كسطح ب ح فى ح ض ونسبة ا ق الى ا ح كنسبة ح ح الى ح ب بل كنسبة

سطح ح ح فى ح ض الى سطح ب ح فى ح ض اعنى مربع ق ب المساوى لقوة

مجسم ح ح فى ح ض فى ا ح الذى هو اصغر من مجسم ح ح فى ح م فى ا ح المساوى

لمجسم مربع ب ه فى خط ه ا مساو لمجسم مربع ب و فى خط ا و فاذن مجسم مربع ق ب

وفى خط و ا اصغر من مجسم مربع ب ه فى خط ه ا وكذلك فى سایر النقط فاذن

صح ما ادعينا ونقول اذا كان معنا سطح وخط معلومان وكان مجسمهما

اصغر من مجسم ب ه فى ه ا فلنا ان نقسم ا ب على نقطتين قسمتين يكون

كل واحد منهما كما وصفنا

ونرسم لبيان ذلك قطعا

مكافيا يكون سهمه ح

وقطره القايم ح ض

ثم لا محالة بنقطة ر

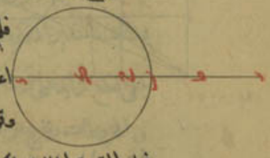
واذا كان هذا القطع

يجب ان يلقى خط ح

ر الموازى لقطر و ويجب ان يقطع القطع الزايد على نقطة اخرى فوق

191

نقطة ك فلينقطع على ق د عمود ق د وبحسب ما ت على ق على الصفة المذكورة
ويكون ح خط مجسم مربع ب د في خط د ا مساويا لمجسم مربع ب ح في خط ع ا
لما مر في الشكل المتقدم فينقسم الخط على نقطتي ع د عن جنبتي نقطة
قسمتين كما وصفنا ويكون الشكل على ما رسمنا وقد بقي علينا ذكر السبب
الذي لاجله لم يتعرض ارشميدس للشرط المذكور وذلك انه وضع قطر الكرة
ب ك ونصفه د ب والخط المعلوم ب ط والسطح المعلوم مربع قطر ب ك ونظر
فيه فاتى التحليل به الى ان احتاج الى قسمة ب د على نقطة يكون على
القطعة كنقطة ح القسمة المذكورة وقد مر ان مجسم مربع السطح المعلوم
لو كان اعظم من مجسم مربع ثلثي الخط الذي يراد قسمته مطلقا في ثلثه
لامتنعت القسمة ولو كان مساويا لم تكن قسمة ب د تنقسم على نقطة ب
طرف القطر ولم يكن تلك القسمة نافعة فيما قصده فمن جهة ان المجسم المعلوم
كان ههنا من مربع قطر الكرة في ب ط الذي هو اقصر من ب ك اعني كان اصغر
من مجسم مربع ثلثي الخط وان ارشميدس كان قد عين نقطة ح على القطر



فلم يقع له احتياج الى ذكر القسمين الاولين
اعني غير الممكن وغير النافع اللتين لم يمكن
وقوعهما في الخط على الوجه الذي قصد قسمته
ثم ان القسمة المطلوبة لما كانت ممكنة في خط ب د على نقطتين احدهما

يقع فيما بين د ب والاخرى يقع فيما بين ب د وكانت الثانية متعينة
لكون الاولى غير نافعة ايضا فيما قصده لم ينقل ارشميدس في التركيب انا
نقسم خط ب د لئلا يحتاج الى هذا التفصيل بل قال انقسم خط ب د على
ح قسمة يكون نسبة ح د الذي هو احد قسمي خط ب د الى ب ط الذي هو الخط
المعلوم كنسبة مربع ب ك الذي هو السطح المعلوم الى مربع ب ح الذي هو القسم
الاخر من خط ب د وان كان قد قال في الحل انه ينبغي ان نقسم خط ب د القسمة
المذكورة لان ذلك كان ما ادى اليه التحليل في الاول فاذن ظهر انه لم
يخج على الوجه الذي اورده فيما كان محتاجا اليه الى ايراد تفصيل و
شرط وذلك انه جعل الحكم خاصا بالصورة التي احتاج اليها ولم يورده
عاما على الوجه المحتاج الى الشرط والتفصيل طريقة ذيونوسودورس
في قسمة الكرة على النسبة مفروضة ليكن قطر الكرة المفروضة ا ب والنسبة
المفروضة نسبة ح د الى د ه والمطلوب قسمة الكرة بسطح يكون ا ب عمودا
عليه قسمة يكون نسبة القطعة التي راسها ا الى القطعة التي راسها ب
كنسبة ح د الى د ه فنخرج ب ا ونجعل ا ر نصف ب ا ونجعل نسبة ر ا
الى ح نسبة ح ه الى ه د وليكن ا ح عمودا على ا ب ونخرج خطا مناسبا للخط
ر ا ا ح فيما بينهما وهو ا ك ويكون ا ك اطول من ا ح ونرسم على سهم ر ب
قطعا مكافيا تمر بنقطة ر د ويكون ضلعه القائم ا ح فيمر بنقطة ط لان

١٩٣

مربع اط يساوي سطح د ا في ا ح وليكن القطع د ط ك فنخرج من ب خط

ب ك الى القطع موازيا لا ط ونرسم سطحا زائدا بقطر ب ح ويكون الخطان

اللذان لا يقعان عليه ب ك فهو يقطع القطع المكافى فيما بين ط

ك وليقطعه على ل ونخرج من ل عمود ل م على ا ب فهو يقسم ا ب الى

سهمي القطعتين ونخرج من نقطة ح لخط ح ل ن ل س موازيين ل ك

ولا ب ح ل قطع زائد و ك ب س هما الخطان اللذان لا يقعان عليه

وخطا ل م ل س موازيان لهما وخارجان من القطع اليهما يكون سطح

ا ح في ح م مساويا لسطح م ل في ل س لما تبين في الشكل الثاني عشر

من المقالة الثانية من المخروطات و ح ل مساو ل ا ب ول س مساو

ل م ب فسطح ل م في م ب مساو لسطح ا ح في ا ب ونسبة ل م الى ا ح كنسبة

ا ب الى م ب ونسبة مربع ل م الى مربع ا ح كنسبة مربع ا ب الى مربع ب م و

مربع ل م يساوي سطح م د في ا ح من جهة القطع المكافى فنسبة د م الى ا ح

كنسبة مربع ل م الى مربع ا ح التي هي كنسبة مربع ا ب الى مربع ب م ونسبة

مربع ا ب الى مربع ب م كنسبة الدائرة التي نصف قطرها يساوي ا ب الى

الدائرة التي نصف قطرها ب م فنسبة الدائرة التي نصف قطرها ا ب الى

التي نصف قطرها ب م كنسبة د م الى ا ح والمخروط الذي قاعدته الدائرة

التي نصف قطرها ا ب وارتفاعه ا ح مساو للمخروط الذي قاعدته الدائرة

التي نصف قطرها ب م وارتفاعه د م لكون القاعدتين مكافئتين للارتفاعين

ونسبة المخروط الذي قاعدته الدائرة التي نصف قطرها ا ب وارتفاعه

ا د الى الذي قاعدته تلك القاعدة وارتفاعه ا ح كنسبة ا د الى ا ح اعني

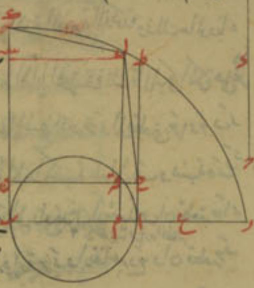
نسبة ح ه الى ه د فنسبة المخروط الذي قاعدته الدائرة التي نصف قطرها

ب م وارتفاعه د م الى الذي قاعدته الدائرة التي نصف قطرها ا ب وارتفاعه

ا د كنسبة ح ه الى ه د لكن المخروط الذي قاعدته الدائرة التي نصف قطرها

ا ب وارتفاعه ا د مساو للكرة والمخروط الذي قاعدته الدائرة التي نصف

قطرها ب م وارتفاعه د م مساو لقطعة الكرة التي رأسها ب وليكن لبيان



ذلك نسبة ع م الى م ب

كنسبة د م الى م ا فالمخروط

الذي قاعدته قاعدة هذه

القطعة من الكرة وارتفاعه

ع م مساو لقطعة الكرة

كما مر في الشكل الثاني من

هذه المقالة ولان نسبة د م الى م ا كنسبة ع م الى م ب فبالابدال نسبة

د م الى م ع كنسبة ا م الى م ب التي هي كنسبة مربع ق م الى م ب بل

كنسبة الدائرة التي نصف قطرها ق م الى الدائرة التي نصف قطرها

م ر فنسبة الدايرة التي نصف قطرها ق م الى الدايرة التي نصف قطرها
~~م ب فنسبة الدايرة التي نصف قطرها ق م الى الدايرة التي نصف قطرها~~
م ب التي كنسبة د م الى م ع والمخروط الذي قاعدته الدايرة التي نصف
قطرها ق م وارتفاعه م ع اعني القطعة التي راسها ب من الكرة
مساو للمخروط الذي قاعدته الدايرة التي نصف قطرها م ب وارتفاعه
ا م فقد ظهر ان نسبة الكرة الى القطعة التي راسها ب كنسبة ح ه الى
ه ز واذا فصلنا كانت نسبة القطعة التي راسها ا وارتفاعها ا م
الى القطعة التي راسها ب وارتفاعها ب م كنسبة ح ز الى ز ه فاذن
السطح المار بخط ق م يقسم الكرة القسمة المذكورة وذلك ما اردناه

طريق ديوقليس في كتابه في المرايا المحرقة في ذلك قال لتكن الكرة على قطرها
اب ومركزها ه وليقطعها السطح المار بخط ح ز الى قطعتي ح ا ز ح ب ز
ونجعل نسبة ه ا را معا الى را كنسبة ط ا الى ب ط ونسبة ه ب ب د
معا الى ب د كنسبة ح د الى د ا وقد تبين ارشميدس ان قطعة ح ا ز
مساوية لمخروط قاعدته دايرة ح ز وارتفاعه د ح وان قطعة ح ب ز
مساوية لمخروط قاعدته تلك القاعدة وارتفاعه د ط وان نسبة
المخروطين كنسبة د ح الى د ط ثم انه لما اراد ان يقسم الكرة بقسمين
على نسبة مفروضة جعل نسبة د ح الى د ط تلك النسبة وطول في

ديوقليس

برهانه وصار به الى مقدمة لم يبينها في كتابه ونحن نقول اذا كانت
نسبة د ح الى د ا كنسبة ه ب ب د معا الى ب د فاذا فصلنا كانت نسبة
ح ا الى ا د كنسبة ه ب الى ب
د ويمثل ذلك
نسبة ط ب الى ب د كنسبة ه ا
الى را ا فيكون ط ا انما يحصل بقسمة ا ب على د قسمة اذا ضم اليها
ا ح ب ط صارت نسبة ح د الى د ط كنسبة مفروضة ونسبة ح ا الى ا د
كنسبة خط معلوم هو ه ا الى ب د ونسبة ط ب الى ب د كنسبة ه ا الضم الى
د ا فليكن لوجود ذلك على طريق التحليل الخط المعلوم الوضع ا ب ونقطتا
ا ب منه معلومتين والنسبة المعلومة نسبة ح الى د وليكن قسمة
الخط على د ولنضم اليه د ا ح ب فيكون نسبة د ه الى ه ح كنسبة ح الى
د ونسبة د ا الى ا ه كنسبة خط ا ك المعلوم مثلا الى الخط د ه ونسبة
ح ب الى ب ه كنسبة ا ك الضم الى ه ا وليكن ب م مساويا لا ك وليقوما
عمودين على ا ب ونصل ك م ه ونخرجهما الى ان يلتقيا م ا ك على
ل ط ونصل ك م ونخرج ل م موازيا لـ [illegible] ونخرج من [illegible] ه ف موازيا
لا ك فلان نسبة د ا الى ا ه كنسبة م ك الى ب ه بالفرض وهي كنسبة
ط ا الى ا ه ونسبة د ا الى ا ه كنسبة ط ا الى ا ه [illegible] وكذلك تبين

١٩٤

ان ح ب مساو لـ ك ل ونسبة ط ا اه معا الى م ب ه كنسبة
اه الى ك ب ه معا لان نسبة كل الى نظيره كنسبة اه الى ه ب ولكن
كل واحد من اقرب ب م مثل ك ا فسطح ط ا اه اعنى ره فى ل ب ه اعنى
ح ه مساو لسطح م ب ه اعنى ره فى ك ا اه اعنى قره ولذلك يجب
اذا كانت ق بين ا ر ان يكون ح خارجا عن ب ح ولان نسبة ح الى د
كنسبة ره الى ه ح وهى كنسبة سطح ره فى ه ح اعنى نسبة سطح ره
فى قره الى مربع ه ح يكون نسبة ح الى د كنسبة سطح ره فى قره الى مربع
ه ح ونجعل ه ع مساويا له ب ونصل ب ع ونخرجه فى الجهتين و
نخرج عمود ر ش فرت على ابا الى ان يلقاهما ب ع على ش ر ت ولان
شرت مر على نقطة معلومة من خط اس المعلوم الوضع واحاط معه بضعف
قايمة اعنى زاوية ا س ت فهو ايضا معلوم الوضع وعمود ارشر فرت
الخارجان من نقطتين معلومتين من خط معلوم الوضع ايضا فنقطتا
ش ت اللتين هما تقاطعا خطوط معلومة الوضع معلومتان والقدر
جميعا ونسبة شر الى ع كنسبة ر ب الى ه وبالتركيب نسبة
شرع الى ع ب كنسبة ره الى ه ب ونسبة ب ع الى ع ت كنسبة ب ه
الى ه ق فبالمساواة المنتظمة نسبة شرع الى ع ت كنسبة ره و نسبة
سطح شرع فى ع ت الى مربع ع ت كنسبة سطح ره فى قره الى مربع ه ق

واذا ابدلنا

واذا ابدلنا كانت نسبة سطح شرع فى ع ت الى سطح ره فى قره الى
مربع كنسبة مربع ع ت الى مربع ه ق ومربع ع ت ضعف مربع ه ق
لان ب ع ضعف ب ه فى القوة فسطح شرع فى ع ت ضعف سطح ره
فى ه ق ولما كانت نسبة سطح ره فى قره الى مربع ه ح كنسبة ح الى د
مربع ه ح مساو لمربع ب ع فنسبة شرع فى ع ت الى مربع ب ع كنسبة
ضعف ح الى د وهى معلومة فنسبة شرع فى ع ت الى مربع ب ع معلومة
فاذا جعلنا نسبة شرت الى خط آخر وليكن ث كنسبة د الى
ح ورسمنا قطعا ناقصا يكون قطره المجانب شرت وضلعه القايم
ث وزاوية خطوط ترتيبه ناويتر شرع ب التى هى نصف قايمة كانتين
فى الشكل الثامن والخمسين المقالة الاولى من كتاب المخروطات
مر ذلك القطع بنقطة ب اذ كانت نسبة مربع ب ع الى سطح شرع
فى ع ت كنسبة الضلع القايم الى القطر المجانب كما تبين فى عكس الشكل
الحادى والعشرين من المقالة الاولى من المخروطات وليكن ذلك قطع
شرت ويكون معلوم الوضع لكون القطر والزاوية معلومتى الوضع
والقدر ولان خط ا ك قطر سطح ا م يكون سطح ا ر فى ر ق مساويا
لسطح ا ب فى ب م فاذا رسمنا قطعا زائدا يمر بنقطة ب وكان الخطان
اللذان لا يقعان عليه ك ا ك م كانتين فى الشكل الرابع من المقالة

الثانية منه فرذلك القطع بنقطة س كما تبين في عكس الشكل الثاني عشر
من المقالة الثانية منه ويكون القطع معلوم الوضع لان نقطة
ت وخطي اب ب م معلومة الوضع فيكون خطا ك ط ك م ايضا معلوم
الوضع وليكن القطع س ب فنقطة س على تقاطع قطعين ناقص وزايد
معلومي الوضع فهي معلومة الوضع وقد اخرج منها عمود س ه الى خط
اب المعلوم الحدود والوضع فنقطة ه معلومة وخطوط اه ه ب اد
ب ح معلومة للنسب المذكورة وتركيب ذلك هكذا ليكن الخط الذي
نريد قسمته اب والخط الاخر المعلوم اك والنسبة المفروضة نسبة ح
الى د ونخرج عمودي اك ب م المتساويين على اب ونصل ك م ونجعل
اق ب ر متساويين لاك ونخرج عمودي ق ر ت ذ ش ونعمل على ب من
من اب ضعف قايمة وهي زاوية اب ع ونخرج ب ع الى غ ون من
العمودين ونجعل نسبة ث ر ت الى ث كنسبة د الى ضعف ح ونرسم على
ث ر ت قطعا ناقصا يكون خطوط ترتيبه على قطره المجانب اعني ث ر ت
على نصف قايمة وضلعه القايم ث وهو قطع ث س ر ت ونرسم قطعا
زايدا بمقطر ب ويكون الخطان اللذان لا يقعان عليه ك ا ك م وهو
قطع ف س فيقطع القطع الناقص وليكن على نقطة س ونخرج من
س على اب عمود س ه فهو يقسم الخط على ما نريد ونتفذه الى ف د

نخرج

نخرج من س ر ا س و ه
موازيا لاب ونصل
م ه ونخرج ك ا م ه
الى ان يلتقيا على ط
ونصل ك ه ل ذ ه فسطح
د ف مساو لسطح ا م
من جهة القطع الزايد
بل سطح د ق لسطح ا ف فخط ا ه ك مستقيم وليكن ا ر مساويا لط ا ف
ح مساويا لا ب ت ولان نسبة ضعف ح الى د كنسبة ث الى ث ر ت
التي هي كنسبة سطح ث ر ع في ع ت الى مربع س ع ونسبة ث ر ت الى ب ع كنسبة
ر ب الى ه ه وبالتركيب نسبة ث ر ع الى ع ب كنسبة ر ه الى ه ب ونسبة
ب ع الى ع ت كنسبة ب ه الى ه ق فبالمساوات نسبة ث ر ع الى ع ت كنسبة
ر ه الى ه ق ونسبة سطح ث ر ع في ع ت الى مربع ع ت كنسبة سطح ر ه في ه ق
الى مربع ه ق واذا ابدلنا كانت نسبة سطح س ر ع في ع ت الى سطح ر ه في ه
ق كنسبة مربع ع ت الى مربع ه ق ومربع ع ت ضعف مربع ه ق لان ب ع
ضعف ب ق في القوة فسطح ث ر ع في ع ت ضعف سطح ر ه في ه ق فقد تبين
ان نسبة ضعف ح الى د كنسبة سطح ث ر ع في ع ت الى مربع س ع اعني مربع

وح فنسبة ح الى ع كنسبة سطح ده في فـ الى مربع وح ولان نسبة كا
اه اعني فـ ه الى ك ه اعني وح كنسبة طا الى اه اعني ده الى م ب
اعني مربع ضلع ده في وح مساو لسطح فـ ه في ه د ونسبة ح الى د كنسبة
في وح المربع وح بل كنسبة ده الى وح ونسبة فـ الى ب ه اعني م ن المساو
لـ ك الى ب ه كنسبة طا الى اح اعني دا الى اه فنسبة د الى اه كنسبة
كا الى ه ب وبمثل ذلك نبين ان نسبة كا الى اه كنسبة ح ن الى ب ه
وذلك ما قصدناه والشكل كما كان في الحل واذ تبين ما قدمناه فلنعد
قطر الكرة وهو اب والمركز وهو ه كما كان اولا وليكن النسبة المفروضة
نسبة ك الى ل ونقسم اب على د قسمة يكون نسبة ح د الى د ط كنسبة ك
الى ل ونسبة ه ا الى ب د كنسبة اح الى اد ونسبة ه ا الى اد كنسبة
ط ا الى ب د كما قررناه ونخرج من د عمود ح د على اب ونرسم سطحا ايهما كان
ويكون اب عمودا عليه فيقسم الكرة الى قطعتين فنقول ان نسبتهما النسبة
المفروضة وذلك لان نسبة
ه ب الى ب د كنسبة ح ا
الى ا د وبالتركيب نسبة
جميع ه ب ب د الى ب د



كنسبة ح د الى د ا فمخروط ح ح ز مساو لقطعة ح ا ز د وبمثله تبين ان

مخروط ط ح ز مساو لقطعة ح ب ز ونسبة المخروطين نسبة ح د الى د ط
وهي النسبة المفروضة فنسبة القطعتين هي النسبة المفروضة وهذا
جميع ما اورده اوطوقيوس في هذا الباب نعود الى الكتاب
نريد ان نعمل قطعة كرة مساوية لقطعة كرة معلومة شبيهة بقطعة كرة
اخرى معلومة فليكن القطعتان المعلومتان ا ب ح ه ز ح وقاعدة قطعة
ا ب ح الدائرة التي قطرها ا ب ورأسها ح وقاعدة قطعة ه ز ح الدائرة
التي قطرها ه ز ورأسها ح ونريد ان نعمل قطعة مساوية لقطعة ا ب ح
وشبيهة لقطعة ه ز ح فليكن قطعة ط ك ل كما اردناه وليكن قاعدتها
الدائرة التي قطرها ط ك ورأسها ل وليكن الدائرة العظمى لهذه الاكر
ا د ب ح ه ع ز ح ط ل ك ل وليكن اقطارها ح د ح ع ل س وهي اعمدة
على قواعد القطع وليكن المراكز ف ق ر وليكن نسبة ف م م ه ش ر س معا
الى م ش كنسبة خ ش الى ش ح ونسبة ق ع ع ث معا الى ع ث كنسبة
ص ث الى ث ح ونسبة ق ر ر ت معا الى ر ت كنسبة ر ت الى ت ك
وليكن مخروطات قواعدها الدوائر المارة با ب ه ز ط ك ورؤوسها خ ص ك
وهي مساوية للقطع كل لصاحبته لما مر في الشكل الثاني من هذه المقالة
ولان قطعة ا ب ح مساوية لقطعة ط ك ل يكون مخروط ا ب خ مساو
لمخروط ط ك ذ فيكون قاعدتاهما مكافئتين لارتفاعيهما اعني نسبة دائرة

١٩٧

اب الى الدائرة طك بل مربع اب الى مربع طك كنسبة رك الى خ ثر ولان
قطعة كرة رح شبيهة بقطعة كرة طك ل يكون مخروط صره رشبيها
لمخروط رطك كما سنورد ذكره ونسبة صرث الى هد كنسبة رت الى
طك ونسبة صرث الى هد معلومة فنسبة رت الى طك معلومة ولكن
نسبة خ ثر الى ذ كنسبة رت الى طك المعلومة وخ ثر معلوم فذ معلوم
ويكون نسبة رت الى خ ثر اعني نسبة مربع اب الى مربع طك كنسبة طك
ك الى ذ وليكن سطح اب في ق مساويا لمربع طك فيكون نسبة مربع طك
ك التي هي كنسبة طك الى ذ كنسبة اب الى ق ونسبة اب الى طك
بالابدال كنسبة ق الى ذ ويكون اب طك ق ذ متناسبة على الترتيب و
خطا اب ذ معلومان فخطا طك ق معلومان وتركيبه هكذا ليكن
القطعة التي نريد ان نعمل قطعة يساويها قطعة ارب والتي نريد ان
يكون المعمولة شبيهة بها قطعة ه رح وليكن الدائرتان وسائر الاوضاع
كما في التحليل نخرج وطح اب مساو لقطعة ارح ومخروط صره ق مساو
لقطعة ه رح وليكن نسبة صرث الى هد كنسبة خ ثر الى ذ ونأخذ
خطين فيما بين خطي اب ذ متناسبين وهما طك ق حتى يكون اب
طك ق ذ متناسبة ونرسم على طك قطعة طك ل من الدائرة شبيهة
لقطعة ه رح س دائرتها ونتم دائرة طك ل ر وليكن القطر ل س

ونثبته ونديرا لدائرة فيحدث الكرة ومركزها ق ونرسم على طك سطحا
يكون القطر عمودا عليه فينقسم الكرة بقطعتين ويكون قطعة طك ل كما
اردنا اما كونها شبيهة بقطعة ه رح فلتشابه قطعتي الدائرتين واما
كونها مساوية لقطعة ارح فلانا اذا جعلنا نسبة ق ر الى رت معا
الى رت كنسبة رت الى ت ل كان مخروط ىكط مساويا لقطعة ل كط
لما مر في الشكل الثاني من هذه المقالة ويكون لكون مخروطي ىطك
صره متشابهين نسبة صرث الى هد اعني نسبة خ ثر الى ذ كنسبة
رت الى طك ونسبة رت الى خ ثر كنسبة طك الى ذ ولان خطوط اب
طك ق ذ متناسبة يكون نسبة مربع اب الى مربع طك كنسبة طك الى ذ
اعني كنسبة رت الى خ ثر ونسبة مربع اب الى مربع طك كنسبة دايرتيهما
اللتين هما قاعدتا القطعتين والمخروطين فنسبة قاعدتي المخروطين
مكافئتين لارتفاعيهما فهما متساويان فالقطعتان متساويان فاذن
قطعة طكل المعمولة مساوية لقطعة ارح ومشابهة لقطعة ه



١٩٨

بح وذلك ما اردناه أقول انما يجب من تشابه قطعتي ه بح ط
كل من الكرتين تشابه مخروطي صه ره ط ك لانهما يوصيان تشابه
قطعتي ه بح ط ك ل من الدايرتين وكون نسبة ح ث الى ث ه كنسبة
ل ث الى ط ث ونسبة ح ث الى ث ع كنسبة ل ث الى ث س ونسبة
ح ع الى ح ث كنسبة ل س الى ل ث وقد مر في الشكل الثاني من هذه
المقالة ان نسبة ص ح الى ح ر كنسبة ح ث الى ث ع ونسبة ر ك
الى ك ق كنسبة ل ث الى ث س فيكون نسبة ص ح الى ح ر كنسبة
ر ك الى ك ق ونسبة ص ح الى ح ع كنسبة ر ل الى ل س وكانت
نسبة ح ع الى ح ث كنسبة ل س الى ل ث فبالمساواة نسبة ص ح
الى ح ث كنسبة ر ل الى ل ث وبالتركيب نسبة ص ث الى ث ح كنسبة
ر ث الى ل ث وكانت نسبة ح ث الى ث ه كنسبة ل ث الى ث ط
فبالمساواة نسبة ص ث الى ث ه ثم الى ر ه كنسبة ر ث الى ر ك
ثم الى ك ط فاذن مخروطا ص ه ر ط ك متشابهان واما الطريق
الى وجود خطي ط ك و فيما بين خطي ا ب ذ على نسبة فكما ذكرت بعد
الشكل الاول من هذه المقالة اي كيف يوجد خطين مناسبين
لخطين معلومين فيما بينهما بحسب اصول كتاب المخروطات وليس
في هذا الكتاب ما هو مبني على اصول ذلك الكتاب سوى هذه

المقدمة المحتاج اليها في الشكل الاول والمذكور في هذا الشكل
وسوى المقدمة المذكورة في الشكل الرابع من هذه المقالة ايضا وهي
قسمة الخط الى قسمين يكون نسبة خط معلوم الى احدهما كنسبة
مربع الاخر الى سطح معلوم ونعود الى الكتاب ⁂ لنا ان نعمل
قطعة كرة شبيه بقطعة اخرى معلومة من كرة ويساوي سطحها
سطح قطعة اخرى معلومة من تلك الكرة او من كرة اخرى فلتكن
القطعتان المعلومتان قطعتي ا ب ح د ه ر ولتكن قطعة ك ل م
شبيهة بقطعة ا ب ح وسطحها مساو لسطح د ه ر وهي المطلوبة فنفرضها
موجودة ولتكن الدواير العظام التي لاكرها القايمة سطوحها على
قواعد القطع دواير ا ب ح ط ه د ح ر ك ل م ص والفصول المشتركة التي
في القواعد ا ح د ر ك م والاقطار القايمة عليها ب ط ه ح ل ص وفصل
خطوط ب ح ه ر ل م فلان سطح قطعة ك ل م مساو لسطح قطعة د ه ر
يكون الدايرة التي نصف قطرها ل م مساوية للتي نصف قطرها
ه ر لان كل واحدة منهما مساوية لسطح قطعتها كما مر في الشكل الرابع
والاربعين منهما مساوية لسطح قطعتها وما يتلوه من المقالة الاولى
فخطا ه ر ل م متساويان ولان قطعتي كرتي ك ل م ا ب ح متشابهتان
يكون نسبة ق ل الى ق م كنسبة ر ف الى ف ح ونسبة م ق

الى قه كنسبة فح الى فط فنسبة لق الى قه كنسبة رف الى فط و
بعد العكس والتركيب نسبة هر الى لق كنسبة طب الى رف
ونسبة قل الى لم كنسبة بف الى فح فنسبة هر الى لم
بل الى هر كنسبة طب الى بح ونسبة هد الى دح كنسبة
لك الى طف ونسبة هد الى دح معلومة وكل واحد من هد دب
ح معلوم فنسبة هل الى بط معلوم وبط معلوم فهل معلوم
فكرة لم هك معلومة وتركيبه هكذا لكن قطعتا ابح
ره د من الكرتين معلومتين ونريد قطعتي كرة يشبه قطعة كرة
ابح ويساوي سطحها سطح قطعة ره د ولكن الدائرتان والقطران
كما وصفنا في الحل ونجعل نسبة بح الى هد كنسبة بط الى لك
ونعمل على لك دائرة ثم كرة دائرتها العظيمة دائرة لك هم ونقسم

هل على ق قسمين يكون نسبة كق الى قل كنسبة طف الى
فا ونخرج من ق في سطح الدائرة عمودا عليه وليمر بك ونصل لم

ولان

ولان قطعتي كم لاحب من الدائرتين متشابهتان يكون قطعتاهما
من الكرتين متشابهتين فنسبة طب الى بف كنسبة لك الى لق
ونسبة بف الى بح كنسبة لق الى لم فنسبة بط الى بح
كنسبة لك الى لم وبالابدال نسبة بط الى لك التي هي كنسبة
بح الى هد كنسبة بح الى لم فهد ولم متساويان فسطحا قطعتي
هد ولم ك من الكرتين متساويتان فاذن قد عملنا ما اردنا ∴
نريد ان نفصل من كرة معلومة بسطح قطعة يكون نسبتها الى المخروط
الذي قاعدته قاعدتها وارتفاعه ارتفاعها كنسبة مفروضة فليكن
اعظم دائرة في الكرة المعلومة ابحد وقطرها بد والمركز ه
ونريد ان نفصل من الكرة بسطح كالذي يمر على اح قطعة ابح يكون
نسبتها الى المخروط ابح كنسبة مفروضة ولكن كما فرضنا ونجعل
نسبة ده د ر معا الى د ر كنسبة رح الى رب فمخروط احح مساو
لقطعة كرة ابح لما مر في الشكل الثاني من هذه المقالة فنسبة
مخروط احح المخروط ابح اعني نسبة ح ر الى رب د معلومة
فنسبة ه د د ر الى د ر معلومة ونسبة ه د الى د ر معلومة وخط
ه د معلوم فخط د ر معلوم فخط اح معلوم ولان نسبة د ه ر الى
د ر اعظم من نسبة ه الى د ب يكون نسبة د ه د ر بالتركيب الى

ر د اعني النسبة المفروضة اعظم من نسبة ه ز ب الى ه ب ونسبة
ده ب الى ح ح نسبة الثلثة الى الاثنين فان ده ب ثلثة امثال
ه ه وب مثلاه فالنسبة المفروضة يجب ان يكون اعظم من نسبة
الثلثة الى الاثنين وتركيبه هكذا ليكن الدائرة العظيمة في الكرة
المعلومة ا ب ح د والقطر ب د والمركز ه والنسبة المفروضة نسبة
ط ك الى ك ل وهي اعظم من نسبة الثلثة الى الاثنين اعني من
نسبة ده ب الى ه ب وبالتفصيل نسبة ط ك الى ل ك اعظم
من نسبة ه د الى ه ب ونجعل نسبة ده الى د ز كنسبة ط ك
الى ل ك ونخرج من نقطة ز عمود ا ز الى ب ز وهو ا ح ونمر عليه سطحا
يكون ب د عمودا عليه فيكون قطعة كرة
ا ب ح هي المطلوبة لانا اذا جعلنا نسبة
ه د ب الى ب ز كنسبة ح ز الى ز د
و ب كانت نسبة ط ك الى ك ل كنسبة
ح ز الى ز ب كانت ط ك الى ك ل
اعني كنسبة مخروط ح ا ح الى مخروط
ب ا ح بل كنسبة قطعة كرة ا ب ح الى مخروط ا ح وذلك ما اردناه
ه اذا قطع الكرة سطح على غير مركزها بقطعتين كانت نسبة القطعة

٣٠١

العظمى الى القطعة الصغرى اصغر من نسبة سطح القطعة العظمى الى
سطح القطعة الصغرى مثناة بالتكرير واعظم من النسبة المؤلفة
من نسبة السطحين المذكورة ومن نسبة اذا ثنيت بالتكرير كانت
كنسبة السطحين المذكورة فليكن الدائرة العظيمة على تلك الكرة
ا ب ح د وقطرها ب د والمركز ه وليقطعها سطح يمر با ح ويكون ب د
عمودا عليه ونفصل ا ز د ونجعل نسبة ه د ب الى ب ر كنسبة ط ك
الى ب ب ونسبة ه ب ب ر الى ه ب كنسبة ح د الى ه د ويكون بالتفصيل
والابدال كما مر مرارا نسبة ب د الى د ر كنسبة ط ب الى ب ه و
كنسبة ه ر الى ح د ونرسم مخروطي ا ط ح ا ح ح المساوين للقطعتين
من الكرة كما مر في الشكل الثاني من هذه المقالة فنسبة سطح
قطعة ا ب ح الى سطح قطعة ا د ح كنسبة مربع ا ب الى مربع ا د لما تبين
في الشكل الرابع والاربعين وما يتلوه من المقالة الاولى ونسبة مربع
ا ب الى مربع ا د كنسبة ب د الى د ر اعني نسبة ط ب الى ب ه ولكن
ب ك مساويا لـ ب ه وب ط اطول من ب ك لان ب د اطول من د ه
ونسبة ك د الى ر ب كنسبة ح د الى د ه واذا ابدلنا كانت نسبة
ك د الى ح د كنسبة ب د الى د ه اعني نسبة ط ب الى ب ه بل الى ب ك
ونسبة ط د الى د ك اصغر من نسبة ط ب الى ب ك فنسبة ط د

الى دك اصغر من نسبة كد الى دح وسطح طد في دح اصغر من مربع
كد فنسبة سطح طد في دح الى مربع دح التي هي كنسبة طد الى
دح اصغر من نسبة مربع كد الى مربع دح ونسبة مربع كد الى مربع دح
كنسبة كد الى دح مثناة وكانت نسبة كد الى دح كنسبة بد الى
دز فنسبة طد الى دح اعني نسبة القطعة العظمى الى القطعة الصغرى
اصغر من نسبة بد الى دز مثناة اعني نسبة مربع اب الى مربع از
بل نسبة السطح الى السطح ونقول ايضا خط بز نصف على ه وتتم
بمختلفين على ز فسطح بز في زد اصغر من مربع به ونسبة بز الى
زه اصغر من نسبة زه الى زد وكانت نسبة زد المساوي لب
الى دز كنسبة طد الى بز فنسبة بز الى ده اعني الى زك اصغر
من نسبة طد الى دح فمربع بز اصغر من سطح طد في زك ولكن
مربع بز الى كسطح طد في زك فنسبة طد الى زك كنسبة بز
الى زك وكنسبة طك الى زك وهي النسبة التي اذا ثنيت بالتكرير
كانت كنسبة طد الى دك بل طد الى زه التي هي كنسبة زك
الى دح المساوية لنسبة زد الى دز اعني نسبة مربع اب الى مربع
از التي هي نسبة السطحين ولما كانت نسبة طك الى كد اعظم
من نسبة طه الى كا واذا الفت نسبة دك الى دح اعني نسبة

الخط

السطحين بنسبة طد الى دك كانت المؤلفة نسبة طد الى دح وهي
نسبة مخروط طاح الى مخروط حاح اعني قطعة كرة باح الى قطعة
كرة ح اح وهي اعظم من نسبة دك الى دح اعني نسبة السطحين اذا ثنيت
بنسبة طك الى دك
التي هي النسبة التي
اذا ثنيت بالتكرير كان
كنسبة السطحين فنسبة
قطعة كرة ب اح الى القطعة كرة ح اح اصغر من نسبة السطح الى السطح مثناة
واعظم من نسبة السطح الى السطح المذكورة مؤلفة بالنسبة التي اذا
ثنيت بالتكرير كانت كنسبة السطح الى السطح المذكورة وبوجه آخر
وليكن الدائرة العظمى في الكرة اب ح د والقطر اح والمركز ه ولنفصل
بسطح يمر ب ب د ويكون اح عمودا عليه الى قطعتي اب د ح ب د ونصل اب
ح ونجعل كل واحد من ا ح مثل ه ا فنقول نسبة قطعة كرة
اب الى القطعة كرة ح د مؤلفة من نسبة قطعة كرة اب الى
مخروط اب الى مخروط ح ب ومن نسبة مخروط ح ب الى قطعة
كرة ح ب وكانت نسبة قطعة كرة اب الى مخروط اب كنسبة
ح ط الى ط ه لما بين في الشكل الثاني من هذه المقالة ونسبة مخروط

اَبَ الى المخروط ح ز بَ كنسبة اَط الى طَ ح ونسبة مخروط ح ز بَ
الى قطعة ح ز بَ كنسبة اَط الى طَ د والنسبة المؤلفة من نسبة ح كَ
الى طَ ح ونسبة اَط الى طَ ح الاولين هي نسبة سطح كَ فى اَط
الى مربع طَ ح والنسبة المؤلفة منها ومن نسبة اط الى طد الاخرة
هي نسبة ح كَ فى اَطَ الى مربع طَ ح فى طَ د اعنى نسبة ح طَ فى
مربع اَط الى طَ د فى مربع طَ ح ونسبة السطحين نسبة اَط الى طَ ح
فحاصل الدعوى الاولى وهو ان نسبة ح كَ فى مربع اط الى طَ د
فى مربع طَ ح اصغر من نسبة اَط الى طَ ح مثناة اعنى من نسبة
مربع اَط الى مربع طَ ح وانما يتبين ذلك ان تبين ان نسبة ح كَ فى
مربع اَط الى طَ د فى مربع طَ ح اصغر من نسبة مربع اَط الى مربع طَ ح
التى هي كنسبة طَ ح فى مربع اط الى طَ ح فى مربع طَ ح وانما تبين ذلك
ان تبين ان طَ د فى مربع طَ ح اعظم من طَ ح فى مربع طَ ح وذلك بيّن
لان طَ د اعظم من طَ ح وايضا نسبة سطح قطعة اَ ز بَ المسطح قطعه
ح ز بَ هي نسبة مربع اَبَ الى مربع ب ح والنسبة التى اذا ثنيت بالتكرير
كانت كهذه النسبة هي نسبة اَب الى بَ ح والنسبة المؤلفة من
نسبة السطحين ومن النسبة التى مثناها كنسبة السطحين هي نسبة
مكعب اَب الى مكعب ب ح فحاصل الدعوى الثانية هو ان نسبة ح كَ

فى مربع اَط الى طَ د فى مربع طَ ح اعظم من نسبة مكعب اَب الى مكعب
ب ح التى هي كنسبة مكعب اَط الى مكعب طَ ب وهذه النسبة مؤلفة
من نسبة مربع اَط الى مربع طَ ب ومن اَط الى طَ ب ونسبة مربع اَط الى
المربع طَ ب كنسبة اَط الى طَ ح فالنسبة المؤلفة هي مؤلفة من نسبة
اَط الى طَ ح ومن نسبة اَط الى طَ ب اعنى نسبة مربع اَط الى طَ ح
فى سطح طَ ح فى طَ ب وهي من ح كنسبة طَ ح فى مربع اَط الى طَ ح فى
سطح طَ ح فى طَ ب فعلينا ان نبين ان نسبة طَ ح فى مربع اَط
الى طَ د فى مربع طَ ح اعظم من نسبة طَ ح فى مربع اَط الى طَ ح فى سطح طَ ح
فى طَ ب وانما يتبين ذلك ان تبين ان طَ د فى مربع طَ ح اصغر من
طَ ح فى سطح طَ ح فى طَ ب ويتبين ذلك ان تبين ان نسبة مربع
طَ ح المسطح طَ ح فى طَ ب التى هي كنسبة طَ ح الى طَ ب اصغر من نسبة
طَ ح الى طَ د ويتبين ذلك ان تبين ان نسبة طَ ح الى طَ د اعظم من نسبة
طَ ح الى طَ ب فنخرج من مركز ه عمود ه ك على اَ ح ومن ب عمود ب ل
على ه ك فاذا القينا المتقدم والتالى الاخيرين من المتقدم والتالى
الاولين بقيت نسبة ح ع اعنى ه ك الى ك ط اجميعا اعظم من
نسبة طَ ح الى طَ ا اعنى نسبة طَ ب الى طَ ا بل ل ه الى ط ا ونحتاج
ان نبين انا اذا ابدلنا كانت نسبة ه ك الى ل ه اعظم من نسبة

لكـ طا لهجيعا الى ط
آ وتبين ذلك اذا فصلنا
وكانت نسبة كـ ل الى ح
ه ل اعظم من نسبة كـ ل
الى ط آ وذلك كذلك

لان ه ل اصغر من ط آ فاذن الحكمان ثابتان وذلك ما اردناه ∴

ط

اذا كان نصف كرة مسا ولسطح قطعة كرة اخرى اصغر او اكبر
من نصفها كان مجسم النصف اعظم من مجسم القطعة فليكن الدائرة
العظيمة لكرة ا ب ح د والقطر ا ح والاخرى ه ز ح ط والقطر ه ح
ولتقطع الاولى سطح لا يمر بمركزها والاخرى سطح يمر بمركزها د
القطران عمودان على السطحين وفصلاهما المشتركان ب د ط ز
فيكون قطعة ط ه ز نصف الكرة وقطعة ب ا د اعظم من النصف في
الصورة التي عليها ع واصغر منه في الصورة التي عليها ص ولكن
سطح النصف مساويا لسطح كل واحدة من القطعتين فنقول ان مجسم
نصف ه ز ط اعظم من مجسم ب ا د فلان السطوح متساوية كان
ه ز مساويا لا ب لما مر في الشكل الرابع والاربعين وما يليه من
المقالة الاولى ولان قطعة دائرة ب ا د في صورة ع اعظم من النصف

ويكون

يكون ا ب في القوة اصغر من مثلي ا ك في القوة واعظم من مثلي نصف
قطر الكرة وليكن مثلي ا ق في القوة ولان قطعة دائرة ب ا د في صورة
ص اصغر من النصف يكون ا ب في القوة اعظم من مثلي ا ك في القوة
واصغر من مثلي نصف القطر في القوة وليكن مثلي ا ق في القوة
وليكن ح س مساويا لنصف قطر دائرة ا ب ح د ونجعل النسبة
آ الى ا ك كنسبة ح س الى ح ك ونعمل مخروطا راسه م وقاعدته
دائرة ب د فهو مساو لقطعة كرة ب ا د لما مر في الشكل الثاني
من هذه المقالة وليكن ه ن مساويا لنصف قطر دائرة ه ز ح
ط ونعمل مخروطا راسه ن وقاعدته دائرة ز ط فهو مساو لنصف
كرة ز ه ط ولان ح ا في ا ك مثل مربع ا ب ونصف ح ا في ا ك مثل
مربع ا ق يكون ا ق وسطا بين ا ك ونصف ا ح في النسبة ويكون
الى منتصف ا ح اقرب من ك فيكون ا ق في ق ح اعظم من ا ك
في ك ح واذا زيد عليهما مربع ا ق اعني ا ك في ح س صار ح ا
في ا ق اعظم من ا ك في ك س وكان ا ك في ك س مساويا
ا ك في ك ح لكون الاربعة متناسبة فصير نسبة ح ا الى
ح ك اعظم من نسبة م ك الى ا ق ونسبة ح ا الى ح ك كنسبة
مربع ا ب الى مربع كنسبة نصف مربع ا ب اعني مربع د ك الى مربع

بـ ك اعظم من نسبة م ك الى مثلى اق المساويين لـ كر لان نسبة

الدائرة التي

قطرها ر ط

الى الدائرة التي

قطرها د ك

اعظم من نسبة م ك الى ط ل فاذن مخروط ل د ر ط اعني نصف

كرة ر ط اعظم من مخروط م ب د اعني قطعة كرة اب د وذلك

ما اردناه   فهذا اخر اشكال الكتاب اقول ولابي سهل

ويجن بن رستم القوهي رسالة وسمها بسد الخلل الذي في المقالة

الثانية من كتاب ارشميدس وقال فيها ان هاهنا ثلثة اعمال

من جنس واحد احدها عمل قطعة كرة يساوي قطعة كرة ويشبه

كرة اخرى وثانيها عمل قطعة كرة يساوي سطحها قطعة كرة

ويشبه هي قطعة كرة اخرى وثالثها عمل قطعة كرة يساوي هي

قطعة كرة وسطحها سطح قطعة كرة اخرى فبين ارشميدس الاولين

واهمل الثالث ولم يلحقه بهما من بعده ثم انه اورده وبيانه

هكذا لنا ان نعمل قطعة كرة يساوي قطعة كرة اخرى معلومة

ويساوي سطحها سطح قطعة كرة اخرى معلومة ايضا فليكن على

على

سبيل التحليل قطعة ا ب ج من كرة ا ب ج د حجمها مساو لقطعة

معلومة من كرة معلومة وسطحها مساو لسطح معلومة من كرة

اخرى وليكن الكرة على خط ب د المعلوم الوضع الذي مبداها

نقطة ب المعلومة وليكن ب د قطرها و د ه نصف قطرها

ونسبة د ه مع د ر اعني ه ر الى ر د كنسبة ط ر الى ر ب فيكون

مخروط ا ح الذي ارتفاعه ط ر ونصف قطر دائرة قاعدته ا ر

مساويا للمجسم قطعة ا ب ج كما مر في الشكل الثاني من هذه المقالة

وهو معلوم بالفرض وليقسم مخروط القطعة ونصل ا ب ا د

و ا ب مساو لنصف قطر دائرة يساوي سطح قطعة ا ب ج الكري

لما مر في الشكل الرابع والاربعين وما يلوه من المقالة الاولى ولكون

سطح القطعة معلوما بالفرض يكون ا ب معلوما واذا رسمنا مخروطا

يكون ارتفاعه مثل ا ب ونصف قطر دائرة قاعدته ايضا مثل ا ب

يكون ايضا معلوما وليسم مخروط السطح فنسبة مخروط السطح الى مخروط

القطعة المعلومين معلومة ولان نسب المخروطات مولفة من نسب ارتفاعاتها

ومن نسب قواعدها يكون نسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة

مولفة من نسبة الارتفاعين اعني نسبة ا ب الى ط ر ومن نسبة

القاعدتين اعني نسبة الدائرة التي نصف قطرها ا ب الى الدائرة

التي نصف قطرها آد وهي كنسبة مربع اب الى مربع اد بل كنسبة
مربع دك الى مربع دا اعني كنسبة دك الى دد والنسبة المولفة
من نسبة اب الى طد ومن نسبة دك الى دد هي نسبة سطح اب في دد
الى سطح طد في دا كسطح بد في ده لان نسبة طد الى دب كنسبة
ده الى دد على ما مر فنسبة سطح اب في دك الى سطح بد في ده كنسبة
مخروط السطح الى مخروط القطعة وليكن نسبة سطح اب في خط ما كخط
دك الى مربع دك كتلك النسبة فيكون نسبة سطح اب في جميع بك
الى سطح بد في ده مع مربع بد اعني سطح به في بد ايضا كتلك
النسبة ولان ده نصف دك وسطح دك في بد اعني مربع اب
معلوم يكون سطح به في بد الذي هو ده ونصف مثل مربع اب
معلوما فيكون سطح اب في بك ايضا معلوما واب معلوم فبك معلوم
ونقطتا ب معلومة نقطة ك معلومة فنخرج من نقطة ك عمود كم
على بك مساويا لب فيكون نسبة سطح اب في دك الى كم التي هي
كنسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة معلومة وليكن نسبة اب
الى كتلك النسبة ايضا واذا اخذنا دك ايضا مشتركا كانت
نسبة سطح اب في دك الى سطح س في دك كنسبة سطح اب الى المربع
كم ويكون لذلك سطح س في دك مساويا لمربع كم واذا توهمنا قطعا

بطلت

مكافيا يكون راسه نقطة ك وسهمه كب وضلعه القايم س كان
يمر بنقطة م ويكون ذلك القطع معلوم الوضع ونخرج من ب عمود
بع على بك ونتوهم قطعا زايدا لا يلقاه خطا بع به ويكون
سطح الخطين الخارجين من كل نقطة منه الى خطي به بع موازيين
لهما مساويا لسطح به في بد المعلوم كان مارا بنقطة م لكون كم
مساويا لبد ويكون ذلك القطع ايضا معلوم الوضع فنقطة م
المشتركة بين قطعين
معلومين الوضع معلومة
وعمود مد الخارج منها
الى خط به المعلوم
الوضع معلوم فنقطة
د معلومة وكانت نقطة ك معلومة فبع قطر الكرة معلوم وخط
بد منه المساوي لمد معلوم فقطعتا اب ح الكرة معلومتان وذلك
ما اردناه وقد بان ان اب وسط في النسبة بين بد قطر الكرة
ودم اعني بد وان دم اصغر من با وهو اصغر من بد وسطح س
في كد اصغر من سطح بد في دم اعني مربع اب ونسبة س الى
اب اصغر من نسبة اب الى كد ونقول لا يجوز ان يكون نسبة مخروط

السطح الى مخروط القطعة اى نسبة كانت بل يجب ان يكون لها نهاية
الصغر حد لا يتجاوزه وذلك عند كون القطعتين متماستين عند
نقطة م ونخرج ع م ل مماسا لهما ومارا بنقطة التماس فيكون لاجل
القطع الرابع م مساويا لم ك كما تبين فى الشكل الثالث من المقالة
الثانية من كتاب المخروطات ولتوازى د م و ب ع يكون ل ه
مساويا لـ د ب اعنى قطر الكرة ولكون ل م مماسا للقطع المكافى يكون
ل ك مساويا لـ ك د لما تبين فى الشكل الثالث والثلثين من المقالة
الاولى منه فـ د ك مثل نصف قطر الكرة ويكون لذلك نقطة
ك واقعة على نقطة ه وقد مر فى الحال ان نسبة مخروط السطح الى
مخروط القطعة كنسبة سطح ا ب فى ب ك الى سطح ب د فى ب ه
اعنى ب د فى ب ك وهى نسبة ا ب الى ب د وكانت كنسبة ا ب
الى ب ز فـ ب د اعنى ه م مساو لـ ب ز وسطح ب ز فى ز ك مساو لمربع ز م
فـ ز ك مساو لـ د م اعنى ب د فـ ب د نصف قطر الكرة وكذلك
ا د فيكون نسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة التى هى كنسبة ا ب
الى ب د فى هذه الصورة نسبة اذا ثنيت بالتكرير كانت كنسبة
الاثنين الى الواحد لان نسبة ا ب الى ب د مثناه بالتكرير هى
نسبة د ب الى ب د والنسبة التى اذا ثنيت بالتكرير كانت كنسبة

٣٠٧

الاثنين الى الواحد هى نسبة الاثنين الى جذرهما هو او نسبة جذر
الاثنين الى الواحد وانما لا يجوز ان يكون نسبة المذكورة اصغر من
ذلك لان نسبة سطح ا ب فى ب ز الى سطح ب د فى د ه التى هى نسبة
مخروط السطح الى مخروط القطعة يكون مؤلفة من نسبة ا ب الى ب د
اعنى نسبة ز ب الى ب ا ومن نسبة د ز الى د ه التى هى نسبة مربع
د ز الى سطح ا ب فى د ه ونجعل ب ز ارتفاعا مشتركا فيكون نسبة
مخروط السطح الى مخروط القطعة كنسبة مكعب ب ز الى مجسم ا ب فى
د ه فى ب ز وايضا اذا جعلنا لسطح ا ب فى ب ز و ب د فى د ه ارتفاع
د ه مشتركا كانت نسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة كنسبة مجسم
ا ب فى ب د فى د ه الى مجسم خط ب د فى مربع د ه فبالمساواة نسبة مكعب
ب ز الى مجسم خط ب د فى مربع ا ه كنسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة
مثناه بالتكرير ومجسم خط ب د فى مربع د ه انما يكون اعظم ما يكون اذا
كان د ز نصف د ه كما تبين فيما اوردناه حكاية عن اوطوقيوس
بالقطوع وديوسودس بانرايم مجردا عن القطوع فنسبة مكعب ب ز
الى مجسم خط ب د فى مربع د ه اصغر ما يكون انما يكون عند كون ب د نصف
قطر الكرة واذ لجعل مخروط السطح فى جميع الاوضاع مساويا كانت القطعة
هناك اعظم ما يكون واما فى الكرة فلا يكون للنسبة المذكورة حد

كانت القطعة اصغر من نصف الكرة واما اذا كانت القطعة اكبر من نصف

الكرة فلا يجوز ان يكون اكبر من نسبة الاثنين الى الواحد لان سطح اب

فى ب د يكون اصغر من مربع ب د فنسبة سطح اب فى ب د الى سطح ب د

فى د ه يكون اصغر من نسبة مربع ب د الى سطح ب د فى د ه ولكون د اقرب

الى منصف ه من د يكون اصغر من نسبة سطح ب د فى د ه اعظم من سطح

ب د فى د ه ونسبة مربع ب د الى سطح ب د فى د ه اصغر من نسبة مربع ب د

الى سطح ب د فى د ه فنسبة سطح اب فى ب د الى سطح ب د فى د ه اعنى

نسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة اصغر كثيرا من نسبة مربع ب د

الى سطح ب د فى د ه اعنى

نسبة ب د الى د ه التى هى

كنسبة الاثنين الى الواحد

فاذن نسبة الاثنين الى الواحد هى الحد التى لا يتجاوزه

تلك النسب فى الكبر واذا جعل

مخروط السطح فى جميع الاحوال مساويا كانت القطعة هناك اصغر ما يكون

فقد بان من ذلك ان نسبة الاثنين الى جذرها هى اصغر جميع النسب الواقعة

فى الكرة بين مخروط السطح ومخروط القطعة وان ما بينهما وبين نسبة

الاثنين الى الواحد يمكن ان يقع فى نصفى الكرة ولا يقع شئ من نسب الاثنين

الى ما هو اقل من الواحد فى القسم الاعظم من النصف بل يختص جميع ذلك

بالقسم الاصغر من النصف واذا تقرر ذلك فلنشتغل بالتركيب د

نقول لكن على طريق التركيب القطعتان المعلومتان من الكرتين المختلفتين

قطعتى ح م ف ص ق والمطلوب ان نعمل قطعة كرة سطحها الكبرى مساو

لسطح قطعة ح م ف الكبرى وجسمها مساو لجسم قطعة ص ق و ونخرج

ح م نصف قطر دائرة يساوى سطح قطعة ح م ف ونتوهم مخروطا ارتفاعه

م ح ونصف قطر دائرة قاعدته م ح وهو مخروط السطح ومخروطا آخر

يساوى قطعة ص ق و وهو مخروط القطعة ويكونان معلومين وينبغى اذن ان

يكون نسبة مخروط السطح الى مخروط القطعة اقل من نسبة الاثنين

الى جذرهما لما تقدم ونجعل نسبة خط ما وليكن ب ك الى م ح كنسبة

مخروط السطح الى مخروط القطعة ونسبة م ح الى ر كنسبة مخروط

السطح الى مخروط القطعة ونرسم قطعا مكافيا سهمه ب ك ورأسه ك

وضلعه القايم ر على ما تبين فى الشكل الثانى والخمسين من المقالة

الاولى من كتاب المخروطات وليكن هو قطع ك م ونخرج من نقطة ب على خط

ب ك عمود ب ع ونجعل سطح ب ك فى ك ع مساويا المربع م ح ونرسم قطعا

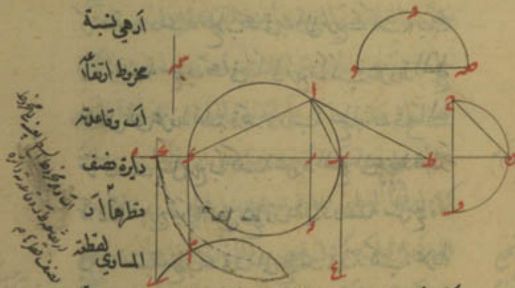
زايدا يمر بنقطة ك ولا يقع عليه خطا ب ك ب ع على ما تبين فى الشكل الرابع

من المقالة الثانية منه وليكن هو قطع ك م فيجب ان يلاقى السطح القطعان

على نقطة ما شل نقطة م التي بعدها عن خط ب ك وهو عمود د م ويقوى على
سطح م ن ي د ك ويساوي سر الذي سطحه في ب ك يساوي مربع ن ح
اعني سطح ب ك في ك ي على ما تقدم في الحل فليتلاقيا على م فنخرج
من م ن ر على ب ك فيكون اقصر من ب د على ما مر في الحل ونرسم على ب
كرة دايرتها العظيمة الحادثة من قطع سطح خطي ب د د م المتقاطعين
اياها دايرة اب ج د عليه فيحدث في الكرة دايرة قطرها اج ويفصل
من الكرة قطعة اب ج هو ل فهي التي سطحها الكري مساو لسطح قطعة
كرة ح كه ف وجسمها مساو لقطعة ص ر ق و ونصل اب ا د ونجعل
د ه مثل نصف ب د ونسبة ه د الى د ر كنسبة ر ط الى ر ب ونصل
ا ط فيكون مخروط ط ا ج مساويا لقطعة اب ج كما مر في الشكل الثاني
من المقالة الثانية من الكتاب ولان د م يساوي ب د يكون ب ي
في د م مساويا لمربع اب وكان مساويا السطح ب ك في ك ي المساوي
لمربع ح كه من اجل القطع الزايد كما تبين في الشكل الثاني عشر من
المقالة الثانية من المخروطات فح كه مساو لاب فالدايرة التي نصف
قطرها ح كه اعني سطح قطعة ح كه ف الكري مساوية للدايرة التي
نصف قطرها د س اعني سطح قطعة اب ج الكرية واقول لان نسبة
ب ك الى ك ح اعني اب كنسبة مخروط السطح الى ثلثي مخروط قطعة

كرة ق ص ر و ونسبة سطح ب ك في ب ا الى مربع ي كنسبة ب ك
الى اب فنسبة سطح ب ك في ب ا الى مربع ب ا كنسبة مخروط السطح
الى ثلثي مخروط قطعة ق ص ر و ونسبة سطح ب ك في ب ا الى
مرة ونصف مثل مربع ب ا كنسبة مخروط السطح الى مخروط قطعة ص
ق ر و وكان مربع ب ا مثل سطح ر ب في ب د ونصفه مثل سطح ه د
في ب د فنسبة سطح ب ك في ب ا الى سطح ه ب في ب د كنسبة مخروط
السطح الى مخروط قطعة ص ق ر و وهي كنسبة اب الى ب ر بل كنسبة
سطح اب في ب ك المساوي لمربع ب م بل المربع ب د فنسبة مخروط السطح
الى مخروط قطعة ق ص ر و كنسبة سطح اب في ب ك الى سطح ه ب في
ب د وكنسبة سطح اب في ب ك الى مربع ب د بل كنسبة سطح اب في ب د
الباقي الى سطح ب د في د ه الباقي وكان سطح ب د في د ه كسطح ط د في
د ر لكون نسبة ه د الى د ر كنسبة ط د الى د ب فنسبة مخروط السطح
الى مخروط قطعة ص ر ق و كنسبة سطح اب في ب د الى سطح ط د في د ر التي
هي مؤلفة من نسبة اب الى ط د من نسبة ب د الى د ر اعني نسبة
مربع ب د الى مربع د ا بل نسبة مربع ب ا الى مربع ا د التي هي كنسبة الدايرة
التي نصف قطرها ب ا الى الدايرة التي نصف قطرها ا د والنسبة المؤلفة
من نسبة اب الى ط د ومن نسبة دايرة نصف قطرها اب الى دايرة نصف قطرها

٣٠٩



اد هي نسبة
محيط ارتفاع
اب وقاعدة
دائرة نصف
قطرها اد
المساوي لقطعة

كرة ابج فنسبة مخروط السطح الى قطعة كرة صقه و الى مخروط قطعة
ابج واحدة فقطعة ابج مساوية لقطعة صقه و قد بينا ان
سطح قطعة ابج الكري مساو لسطح قطعة حكف الكرى فاذن حصل
ماقصدناه وذلك ما اردناه ويتبين مما ذكرنا ان النسبة المذكورة
اذا كانت اصغر من نسبة الاثنين الى جذرهما امتنع وجود المط اما
اذا لم يكن اصغر منها امكن ذلك فان كانت مثل نسبة الاثنين الى
جذرهما تماس القطعتان على نقطة م وحدها وكانت القطعة المطلوبة
نصف الكرة لا غير و اتحدت نقطتا ه ك واذا كانت اعظم من نسبة
الاثنين الى جذرهما واصغر من نسبة الاثنين الى الواحد تقاطع القطعتان
على نقطتين واذا اخرج منهما عمودان على ب ك كان ما ينفصل منه
بكل واحد من العمودين صالحا لان يكون قطعة الكرة ويكون القطعة

المطلوبة

المطلوبة في احديهما اصغر من نصف الكرة وذلك انما يكون اذا كان العمود
المعين لقطر الكرة خارجا من ابعد النقاطين من نقطة ب ويقطع
ه حينئذ خارجة عما بين نقطتي ب ك ويكون في الاخرى اعظم من نصف
الكرة وذلك يكون اذا كان العمود المذكور خارجا من اقربهما من ب
ويقع نقطة ه حينئذ فيما بين نقطتي ب ك واذا كانت النسبة مثل
نسبة الاثنين الى الواحد كان ما ينفصل من خط ب ك بالعمود الاقرب
من ب مساويا لاك والقطعة العظمى هي الكرة باسرها وما ينفصل
بالعمود الابعد يكون القطعة المطلوبة من كرتها اصغر من النصف وسهم
المط العظم قريب من ثمن قطر الكرة بل انقص منه بشيء قليل يعرف ذلك
والحساب بالاستقراء وليحاسب واذا كانت النسبة اعظم من نسبة الاثنين الى الواحد
لم يكن ما ينفصل من ب ك بالعمود الاقرب صالحا لان يكون قطر الكرة
لان اب يكون اطول منه بل كان ما ينفصل بالعمود الابعد منه وحده
صالحا لذلك ويكون القطعة اصغر من النصف وسهمها اصغر من
ثمن القطر وجميع ذلك على تقدير تساوي اب في الاحوال كلها واذا
تبين ذلك فتبين ما وعدناه وهو ان مجسم خط اب د في مربع ره انما
يكون اعظم ما يمكن ان يكون عند كون ب د نصف د ه وليكن لبيانه
اب نصف ب ح و ر فيما بين ا ب ا و لا اقول المجسم خط اب في مربع ب ح

اعظم من مجسم خط ا ر فی مربع ر ج فيجعل ج ه مساويا لـ ج ب فلان
نسبة ا ب الی ب ج کنسبة ب ج الی ج ه يکون سطح ا ب فی ب ه مساويا
لمربع ب ج وسطح ا ب فی ب ه اعظم من سطح ا ر فی ر ه لکون ب اقرب
الی منتصف ا ه من ر فمربع ب ج اعظم من سطح ا ر فی ر ه ونسبة سطح
ه ر فی ر ب وهو مقدار اخر

ا ب ر ج ه

الی سطح ه ر فی ا ر بالترکيب اعنی نسبة ب ر الی ر ا اعظم من نسبة
سطح ه ر فی ر ب الی مربع ب ج وبالترکيب نسبة ب ا الی ا ر اعظم
من نسبة سطح ه ر فی ر ب مع مربع ب ج اعنی مربع ر ج الی مربع ب ج
فمجسم خط ب ا فی مربع ب ج اعظم من مجسم خط ا ر فی مربع ر ج وايضا
ليکن ر فيما بين ب ج والباقی بحاله فيکون سطح ا ب فی ب ه اعنی مربع
ب ج اصغر من سطح ا ر فی ر ه لکون ر اقرب الی منتصف ا ه من ب
فيکون نسبة سطح ب ر فی ر ه وهو مقدار اخر الی مربع ب ج اعظم من
نسبته الی سطح ا ر فی ر ه اعنی من نسبة ب ر الی ر ا وبالعکس نسبة
مربع ب ج الی سطح ب ر فی ر ه اصغر من نسبة ا ر الی ر ب وبالتفصيل
نسبة مربع ر ج الی سطح ب ر فی ر ه اصغر من نسبة ا ب الی ب ر و
بالعکس نسبة سطح ب ر فی ر ه الی مربع ر ج اعظم من نسبة ر ب
الی ب ا وبالترکيب نسبة مربع ب ج الی مربع ر ج اعظم من نسبة ر ا

الی ا ب

الی ا ب فمجسم ا ب فی مربع ب ج اعظم من مجسم ا ر فی مربع ر ج وذلک

ا ر ب د ج ه

ما اردناه اقول
ان کانت نقطتا ر د فيما بين نقطتی ا ب وکانت ر اقرب الی ب
من د کانت مجسم خط ا ر فی مربع ر ج اعظم من مجسم خط ا د فی
مربع د ج وذلک لان مربع ج ر اعظم من مربع ج ب الذی هو اعظم
من سطح ا د فی د ه فنسبة سطح ه د فی د ر وهو مقدار اخر الی سطح
ه د فی د ا اعنی نسبة ر د الی د ا اعظم من نسبة سطح ه د فی د ر الی
مربع د ج وبالترکيب نسبة ر ا الی ا د اعظم من نسبة مربع د ج
الی مربع ر ج فمجسم خط ا ر فی مربع ر ج اعظم من مجسم خط ا د فی مربع
د ج ومثل ذلک تبين ان کانت نقطتا ر د فيما بين نقطتی ب ج وکان
د اقرب الی ب من ر ان مجسم ا د فی مربع د ه اعظم من مجسم ا ر فی
مربع ه ر وهذا يحتاج اليه فيما سنورده وقد بين الشيخ ابو سهل
القوهی هذا المطلوب بوجه اخر لم نورده لکونه مبنيا علی مقدمات
يطول الکتاب بذکرها ثم بين بعد ذلک الحکم المذکور فی اخر اشکال
کتاب ارشميدس ببيان اقرب متناولا مما ذکر هناک وقدم علی ذلک
مقدمة هی هذه لتکن کرة دايرتها العظمی ا ب ج د و ا ج ب د قطريها
المتقاطعين علی قوائم عند ح و ر ک مثل نصف القطر وليقطع الکرة

سطح بنصفها ويمر على ا ح ه وباخر يقسمها بمختلفين ويمر على ه ط ا د
ونفصل اب ه ب اقول فنسبة مكعب اب الى قطعة اب ح التي هي
نصف الكرة اصغر من نسبة مكعب ه ب الى القطعة ه ب د التي هي اصغر او اعظم من ه
نصف الكرة وكلما كانت القطعة اقرب الى نصف الكرة كانت هذه
النسبة فيها اصغر مما يكون في القطعة التي هي ابعد فلان مجسم خط
ب ح في مربع ح ك اعظم من مجسم خط ب ط في مربع ط ك كما مر يكون
نسبة مكعب ب د الى مجسم خط ب ح في مربع ح ك اصغر من نسبته
الى مجسم خط ب ط في مربع ط ك وقد بينا فيما مر ان نسبة مكعب ب د
الى مجسم خط ب ح في مربع ح ك كنسبة مخروط سطح قطعة اب ح الى قطعة اب ح
ونسبة مكعب ب د الى مجسم خط ب ط في مربع ط ك كنسبة مخروط
سطح قطعة ه ب د الى القطعة ه ب د فنسبة مخروط سطح قطعة اب
ح الى قطعة اب ح اصغر من نسبة مخروط سطح قطعة ه ب د والى القطعة ه ب د
وبالابدال النسبة مخروط سطح قطعة اب ح الى مخروط سطح قطعة
ه ب د اصغر من نسبة قطعة اب ح الى القطعة ه ب د ونسبة مخروط
سطح قطعة اب ح الى مخروط سطح قطعة ه ب د المتشابهين كنسبة
مكعب اب الى مكعب ه ب لان كل واحدة منهما كنسبة اب الى ه ب
مثلثة بالتكرير فنسبة مكعب اب الى مكعب ه ب اصغر من نسبة قطعة

اب ح الى قطعة ه ب د وبالابدال نسبة مكعب اب الى قطعة اب ح



التي هي النصف اصغر من نسبة مكعب
ه ب الى قطعة ه ب د التي هي اصغر
او اعظم من النصف وبمثله نبين الحكم
في كل قطعتين يكون احدهما اقرب
الى النصف من الاخرى وذلك ما اردناه واذا تقدم ذلك فنقول
كل قطعتين احديهما نصف كرة والاخرى اصغر او اعظم من النصف و
سطحاهما الكريان متساويان فجسم النصف اعظم من مجسم الاخرى و
ان لم يكن احديهما نصف كرة بل كانت احديهما اقرب الى النصف من
الاخرى فهي اعظم جسما من التي هي ابعد فليكن القطعتان قطعتي اب
ح ده د وقطعة اب ح نصف كريها وليكن سطحاهما متساويان اقول
فجسم قطعة اب ح اعظم من مجسم قطعة ده د ونفصل خطي اب ده د
يكونان متساويين لتساوي السطحين ونسبة مكعب اب الى قطعة
اب ح التي هي النصف اصغر من نسبة مكعب ده اعني مكعب اب الى
قطعة ده د التي اصغر او اكبر من النصف فاذن قطعة اب ح اعظم
من قطعة ده د وبمثل ذلك نبين في كل قطعتين يكونان معا جميعا اصغر
او اعظم من نصف الكرة وكانت احديهما اقرب الى نصف الكرة من

الاخرى ان التي هي اقرب اعظم جسما من التي هي ابعد بشرط ان يكون سطحاها
متساويين وذلك ما اردناه واقول ان كانت القطعتان متساويتين
اعني قطعة اب ح التي هي نصف كرة وقطعة ده ز التي هي اصغر او اعظم
من نصف كرة كان سطح قطعة اب ح الكري اصغر من سطح قطعة ده د
الكري والتي هي اقرب الى نصف الكرة اصغر سطحا من التي هي ابعد
اذا كانتا متساويتين وذلك لان نسبة مكعب اب الى قطعة اب ح اصغر
من نسبة مكعب ده الى قطعة ده ز بل الى قطعة اب ح المساوية لها فمكعب
اب اصغر من مكعب ده واب انقص من ده والدائرة التي نصف قطرها
اب اصغر من التي
نصف قطرها ده
وكل واحدة من
الدائرتين مساوية لسطح قطعتها الكري فسطح قطعة اب ح الكري اصغر
من سطح قطعة ده ز الكري وبمثل ذلك نبين في كل قطعتين يكونان
اصغر او اعظم من النصف ويكون احدهما اقرب الى النصف من الاخرى
وذلك ما اردناه فهذا ما اورده ابو سهل القوهي تمت المقالة الثانية
وتم بتمامه كتاب الكرة والاسطوانة لارشميدس مقالة ارشميدس
في تكسير الدائرة وهي ثلثة اشكال كل دائرة فهي مساوية لمثلث

قائم الزاوية يكون احد ضلعيه المحيطين بالزاوية القائمة مساويا
لنصف قطر تلك الدائرة والثاني مساويا لمحيطها والحاصل انها تساوي
سطح نصف قطرها في الخط المساوي لنصف محيطها فليكن الدائرة دائرة
اب ح د والمثلث المذكور مثلث ه فان لم يكن الدائرة مساوية له فهي اما
اعظم منه واما اصغر وليكن اولا اعظم ونرسم في الدائرة مربع اح وهو
نفصل منها اعظم من نصفها وننصف اب على ف وهكذا القسي الاربع
ونصل الاوتار فنفصل المثلثات الحادثة اعظم من نصف القطع لما
بيانه وهكذا مرة بعد اخرى الى ان يبقى من الدائرة قطع هي اصغر من مقدار
زيادة الدائرة على مثلث ه فيكون الشكل المتساوي الاضلاع الذي في
الدائرة اعظم من المثلث وليكن المركز م ونخرج م ر على احد الاضلاع
عمودا وليكن م ر وهو اصغر من م ص المساوي لاحد ضلعي مثلث ه
ومحيط الشكل المتساوي الاضلاع اصغر من محيط الدائرة المساوي
للضلع الاخر من مثلث ه فسطح م ر في محيط الشكل اعني ضعف مقدار
الشكل اصغر من ضعف المثلث فالشكل اصغر من المثلث وكان اعظم
منه هذا خلف ثم لتكن الدائرة اصغر من المثلث ونرسم عليها مربع
ع ق فهي نفصل من المربع اعظم من نصفه وننصف قوس ف على ف
ونخرج ر ف ط مماسا للدائرة على ف ويكون نصف قطرها م ف عمودا
مماسا

١٩

عليه وهكذا نعمل في ساير القسي ولان قرب قر امتساويات وكذلك
طب طق وق ف وا الاربعة متساوية يكون طق قر مجتمعين وهما
معا اطول من طق فقوس طا اطول من ف طمثلث قرف طا اعظم من
مثلث طف ب الذي هو اعظم من قطعة طوف ب الخارجة من الدائرة
وكذلك في البواقي فالمثلثات الاربعة التي على زوايا المربع تفصل من
بالحى المربع بعد نقصان الدائرة الى ان يبقى قطع خارجة من الدائرة
مجموعها اصغر من زيادة مثلث ه على الدائرة فيكون الشكل الكثير
الاضلاع الذي على الدائرة اصغر من مثلث ه د لكن سطح ه في نصف
القطر في محيط الشكل الذي على الدائرة اعني ضعف مقدار الشكل
اعظم من ضعف المثلث لكون محيط
الشكل اعظم من محيط الدائرة فالشكل
اعظم من المثلث وكان اصغر منه
هف فاذن الدائرة مساوية لمثلث
ه فسطح نصف القطر في نصف المحيط
مساو لسطح الدائرة وذلك ما اردناه وقد بان من ذلك ايضا ان سطح
نصف القطر في نصف قطعة من المحيط يكون مساويا للقطاع الذي
يحيط به تلك القطعة مع الخطين الخارجين من المركز الى طرفي تلك

القطعة

مربع ٣٠٦	مربع ١٥٣	الحاصل	جذر الحاصل
٩٣٦٣٦	٢٣٤٠٩	٧٠٢٢٢	٢٦٥ وجزوان

القطعة ح محيط الدائرة اطول من ثلثة اضعاف قطرها باقل
من سبع القطر واكثر من عشرة اجزاء من احد وسبعين جزءا من القطر
فليكن اح قطر الدائرة وه مركزها ودد مماسا للدائرة وبزاوية ده د
ثلث زاوية قائمة اعني نصف زاوية من زوايا المثلث المتساوي
الاضلاع فنسبة ه د الى د ح هي نسبة الاثنين الى الواحد ولكن
كنسبة ٣٠٦ الى ١٥٣ واذا القينا مربع العدد الذي
بازاء د ح من مربع العدد الذي بازاء ه د واخذنا جذر الباقي
كان ه ح بذلك المقدار اكثر من ٢٦٥ بكسر ما ونصف زاوية
ده ح على ح فنسبة ه د الى ه ح كنسبة د ح الى ح ح واذا ركبنا
وابدلنا كانت نسبة ه د ح معا الى د ح كنسبة ه ح الى ح ح فاذا
جمعنا العددين اللذين بازاء ه د ه ح كان اكثر من ٥٧١
فنجعله بازاء ه ح وصير الذي بازاء ح ح بهذا المقدار اكثر من ١٥٣
واذا جمعنا مربعيهما واخذنا جذرهما كان ه ح بهذا المقدار اكثر
من ٥٩١ وثمن وايضا نصف زاوية ح ه ح على ط بخط ه ط
يكون كما تقدم نسبة ه ح ه ح الى ح ح كنسبة ه ح الى ح ط واذا
جمعنا عددي ه ح ه ح وجعلناهما بازاء ه ح كان ه ح اكثر
من ١١٦٢ وثمن وح ط بذلك المقدار ١٥٣ ويكون

بمثل ما مر و ط بذلك المقدار اكثر من ١١٧٢ وربع ونصف وثمن
ايضا زاوية ط ه ح على ك بخط ه ك ويكون نسبة ط ه ه ح
الى ط ح كنسبة ه ح الى ح ك فيصير هذه النوبة بازاء ه ح اكثر
من ٢٣٣٤ وربع وثمن وبازاء ح ك ١٥٣ ويكون ه ك
بهذا المقدار اكثر من ٢٣٣٩ وربع وثمن ونصف ايضا زاوية
ك ه ح على ل بخط ه ل ونصير على القياس المذكور بازاء ه ل
اكثر من ٤٦٧٣ ونصف وربع ويكون ح ل بهذا المقدار
١٥٣ ولكون زاوية د ه ح ثلث قائمة يكون زاوية ل ه
ح جزءا من ثمانية واربعين جزءا من قائمة ونعمل على نقطة ه
من خط ح ه زاوية ح ه م مثل زاوية ح ه ل فزاوية ل ه م جزء
من اربعة وعشرين جزءا
من قائمة ويكون ضلع
ل م ضلع الشكل المتساوي
الاضلاع والزوايا الستة
والتسعين ضلعا المحيط
بالدائرة واذا ضربنا العدد الذي بازاء ل م في ستة وتسعين يبلغ
ضعف هذا العدد ١٤٦٨٨ ويكون القطر بذلك المقدار

ضعف

ضعف ٤٦٧٣ ونصف فالذي بازاء محيط الشكل اعظم
من ثلثة امثال الذي بازاء القطر بثمانية وسبعة وستين ونصف
التي نسبتها عدد القطر اقل من السبع القطر ويكون نقصان محيط الدائرة
من ثلثة امثال القطر وسبعه اكثر من ذلك النقصان لا محالة و
نعيد الدائرة على قطرها ا ح ونرسم عليه زاوية ح ا ب ثلث قائمة وليكن
نسبة ا ح الى ح ب التي هي نسبة الاثنين الى الواحد كنسبة ١٩٦٥
الى ٧٨٠ فيكون ا ب بذلك المقدار اقل من ١٣٥١ ونصف
زاوية ب ا ح بخط ا د ونصل ح د ولان في مثلثات ا ح د ح ح د
ا ب د زوايا ا ح د ح د ب ا ر متساوية وزوايا ا ح ب قائمة يكون
المثلثات متشابهة ويكون لذلك نسبة ا ح الى ح ح الى ح د
كنسبة ا د الى ح د وكنسبة ا ب الى ب د بل كنسبة ح ا ب جميعا الى
ح ب ونسبة ح ا ا ب جميعا الى ح ب كنسبة ا ح الى ح د وعدد
ح ا ا ب جميعا اقل من ٢٩١١ وعدد ح ب ٧٨٠
فاذا جعلناهما بازاء ا ح ح د كان ا د بذلك المقدار اقل من
٣٠١٣ ونصف وربع ونصف زاوية ح ا د بخط ا ط ونصل
ط ح فيكون على قياس ما مر بازاء ا ط اقل من ٥٩٢٤ وبازاء
ط ح ٧٨٠ ويكون ذلك على نسبة ١٨٢٣ الى ٢٤٠

91

	الثاني	الأول
عددين	٢٤٥	١٨٤٠٢ و١٠ اجزء من ١٣
حر الثالث	٢٢٥	٥٤٦٨ و٤ اجزء من ١٣
ربع	٥٠	٤٥٥ و٩ اجزء من ١٣
جميع	٧٨٥	٥٩٢٤

لان نسبة كل واحد من العددين الاولين الى نظيره من هذين العددين
نسبة ثلث وربع الى الواحد ويكون آج بهذا المقدار اقل من ٣٨
١٨ وتسعة اجزاء من احد عشر جزءا من الواحد ونصف زاوية
ط آج بخط اك فيكون بازاء اك اصغر من ١٦٦١ ٣
وتسعة اجزاء الى احد عشر وبازاء كج ٣٤٥ ويكونان على
نسبة ١٠٥٧ الى ٦٦ لان نسبة كل واحد منهما الى
نظيره من هذين نسبة اربعين الى احد عشر ونصف زاوية ك
آج بخط اك فيكون بازاء ال اقل من ٢٠١٦ وصدك وبازاء
لج ويكون آج بذلك المقدار ٢٠١٧ وربع فنسبة آج الى
جل اصغر من نسبة ٢٠١٧ وربع الى ٦٦ واذا ضربنا
ستة وستين في ستة وتسعين صار جميع اضلاع الشكل ذي
الستة والتسعين ضلعا
الذي على الستة والتسعين
ضلعا الذي على الدائرة
٦٣٣٦ وهو اكثر من
ثلثة اضعاف القطر وستة
عشر ونبع باكثر من عشرة

اجزاء من احد وسبعين جزءا من واحد فمحيط الشكل المتساوي
الاضلاع والزوايا المذكور الذي على الدائرة يزيد على ثلثة اضعاف
قطرها باكثر من عشرة اجزاء من احد وسبعين جزءا من واحد ومحيط
الدائرة اعظم منه فاذن محيط الدائرة يزيد على ثلثة اضعاف قطرها
باقل من سبعه واكثر من عشرة اجزاء الى احد وسبعين جزءا وذلك
ما اردناه اقول وللمنجمين طريق اخر وهو انهم يحصلون وترا
صغيرا يكون جزءا من محيط الدائرة بالاصول التي تبينت في كتاب
المجسطي وغيره من كتبهم البرهانية ويجعلونه ضلعا من اضلاع
الشكل الذي في الدائرة ويكون نسبته الى العمود الواقع من
مركز الدائرة عليه كنسبة ضلع الشكل الذي على الدائرة النسبة
الى نصف القطر فيحصلون ذلك الضلع ايضا ويجعلون بحسبهما
المقدارين اللذين يزيد المحيط على احدهما وينقص من احدهما
فيحصل المحيط باقرب تقريب مثاله ليكن الدائرة اب ومركزها
ج واب منه جزء من سبعمائة وعشرين جزءا هي المحيط ونصل
وتر اب فيكون مقداره بحساب ابي الوفاء البوزجاني على الاصول
المذكورة باقرب تقريب لا الى دقيقة خامسة وهو وتر نصف درجة
اذا جعل القطر مائة وعشرين جزءا واذا جعلنا ضلع شكل ذي

سبعمائة وعشرين ضلعا في
الدائرة يكون محيط ذلك الشكل
بحسبه ٣ ٧ ٦ نط ي نط
ثالثة واذا نصفنا وتر نصف
درجة كان مقداره آ ية مد سا كا
ن ا و خامسة مربعه يا د ومك ي ز له ح كط عاشرة ومربع نصف
القطر الذي هو خط آ ح ٥٥ ١ ٣ جزوا نقصنا مربع ا د منه بقي
مربع د ح ٣ ٥ ٩ ٩ ٣ نه ح نه ز نه ف له ما لطنا جذره وهو خط
د ح نط نط ز نو لز نو نا سادسة ضربنا ا د في ح ح نصف القطر
وقسمناه على د ح خرج مقدار ح ط مد مسح كط مه خامسة
ضعفناه يبلغ ط ل لا لد نو نط لا خامسة وهو مقدار ه د وهو ضلع
شكل ذي سبعمائة وعشرين ضلعا على الدائرة شبيه بالاول ومحيط
الشكل بحسبه يكون ٣ ٧ ٦ نو نط لح ند ب خامسة
فاذن اذا جعلنا القطر مائة وعشرين كان المحيط ٣٧٦ كان المحيط
جزءا وكسرا اكثر من نط ي نط نا رابعة واقل من نط لح ند ب
رابعة واذا حولناهما الى المقدار الذي ذكره ارشميدس كان المحيط
يزيد على ثلثة امثال القطر بما هو اكثر من عشرة اجزاء من سبعين

جزءا

جزءا من جزء واحد وهو اقل من عشرة اجزاء من سبعين جزءا لح
لد لط ثالثة ويكون بالتقريب عشرة اجزاء من سبعين جزءا و لح لد لط
ثالثة اذا كان محيط الدائرة ثلثة امثال القطر وسبعة وهي
نسبة تقريبية اصطلح عليها المتأخرون كانت نسبة سطح الدائرة
الى مربع قطرها نسبة احد عشر الى اربعة عشر بحسب ذلك وليكن قطر
الدائرة اب ونرسم عليه مربع ح ح وليكن ح د نصف د ه و ه د سبع
فلان نسبة مثلث ا ح ه الى مثلث ا ح د نسبة احد وعشرين الى
سبعة ونسبة مثلث ا ح د الى مثلث ا ه د نسبة سبعة الى واحد
يكون نسبة مثلث ا ح د الى مثلث ا ح د نسبة اثنين وعشرين الى
سبعة ومربع ح ح اربعة امثال مثلث ا ح د ومثلث ا ح د مساو
لسطح الدائرة لان ا ح
مساو لنصف القطر
و ح د مساو بالتقريب
لنصف المحيط فنسبة
مربع القطر الى السطح الذي
نسبة ثمانية وعشرين الى اثنين وعشرين بل النسبة اربعة عشر الى احد عشر
وذلك ما اردناه وهذا تمام القول في تكسير الدائرة

٩٤

لنقطع الكلام حامدين لله تعالى على حسن توفيقه

تم تم تم